高分突破 赠

数学九年级(下册)·B　参考答案

精练部分

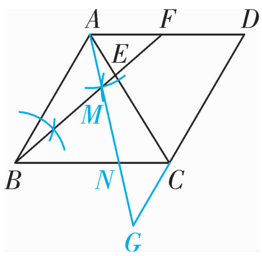
第一章　特殊平行四边形

1　菱形的性质与判定

第 1 课时:1. B　2. C　3. D　4. $\frac{24}{5}$　5. $90°-\frac{3}{2}\alpha$

6. $(-3,\sqrt{3})$

7. (1)

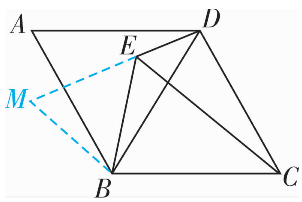


(答案图)

(2)①$\triangle ADC$　②AC　③$\angle ACG$　④$\angle ABF=\angle CAG$

8. B　9. C　10. 105°

11. 证明:如答案图,延长 DE 至点 M,使得 $ME=BE$,连接 MB.



(答案图)

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=AD=CD=BC$, $\angle A=\angle BCD=60°$,

$\therefore \triangle ABD$, $\triangle BCD$ 是等边三角形,

$\therefore \angle CBD=\angle ABD=60°$, $AB=BD=BC$.

$\because \angle BED=2\angle A=120°$, $\therefore \angle BEM=60°$.

又$\because ME=BE$, $\therefore \triangle BEM$ 是等边三角形,

$\therefore BM=BE$, $\angle MBE=\angle DBC=60°$,

$\therefore \angle MBD=\angle EBC$, $\therefore \triangle MBD\cong\triangle EBC$(SAS),

$\therefore MD=EC$, $\therefore CE=ME+DE=BE+DE$.

12. 10

13. (1)证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=BC=CD=AD$, $\angle B=\angle ADC=60°$,

$\therefore \triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 都是等边三角形,

$\therefore BC=CA$, $\angle B=\angle ACN=60°$.

又$\because BM=CN$, $\therefore \triangle BCM\cong\triangle CAN$(SAS).

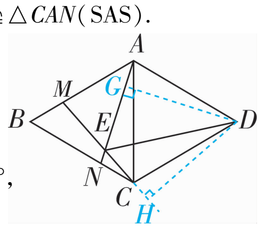
(2)解:$\because \triangle BCM\cong\triangle CAN$,

$\therefore \angle BCM=\angle CAN$,

$\therefore \angle AEM=\angle ACE+\angle EAC$

$=\angle ACE+\angle BCM=\angle ACB=60°$,

$\therefore \angle AEC=120°$.



(答案图)

如答案图,过点 D 作 $DG\perp AN$ 于点 G, $DH\perp MC$,交 MC 的延长线于点 H,

$\therefore \angle DGE=\angle H=90°$, $\therefore \angle GEH+\angle GDH=180°$,

$\therefore \angle GDH=\angle ADC=60°$, $\therefore \angle ADG=\angle CDH$.

又$\because DA=DC$, $\angle DGA=\angle H$,

$\therefore \triangle DGA\cong\triangle DHC$(AAS). $\therefore DG=DH$.

又$\because DG\perp AN$, $DH\perp MC$, $\therefore \angle DEG=\angle DEH$,

$\therefore \angle AED=\frac{1}{2}\angle AEC=60°$.

(3)证明:由(2)可知, $DG=DH$, $\angle GED=60°$,

$\therefore \angle EDG=30°$, $\therefore DE=2EG$.

在 Rt$\triangle DEG$ 和 Rt$\triangle DEH$ 中,

$\because DG=DH$, $DE=DE$,

$\therefore$ Rt$\triangle DEG\cong$Rt$\triangle DEH$(HL), $\therefore EG=EH$.

$\because \triangle DGA\cong\triangle DHC$, $\therefore AG=CH$,

$\therefore AE+CE=EG+AG+EH-CH=2EG=DE$,

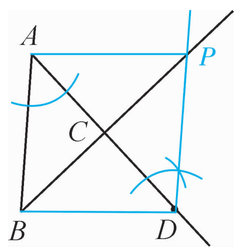
即 $AE+CE=DE$.

第 2 课时:1. D　2. D　3. A　4. A

5. $AB=AD$(答案不唯一)

6. 菱形

7. (1)解:如图,点 P 即为所求作.



(答案图)

(2)证明:在$\triangle ACB$ 和$\triangle DCP$ 中,

$\because \angle BAC=\angle PDC$, $AC=DC$, $\angle ACB=\angle DCP$,

$\therefore \triangle ACB\cong\triangle DCP$(ASA), $AB\parallel DP$,

$\therefore AB=DP$. $\therefore$ 四边形 $ABDP$ 是平行四边形.

$\because AD\perp PB$, $\therefore$ 四边形 $ABDP$ 是菱形.

8. C　9. 3　10. 1

11. (1)证明:$\because AD\parallel BC$, $\therefore \angle ADO=\angle CBO$.

$\because \angle AOD=\angle COB$, $OA=OC$,

$\therefore \triangle ADO\cong\triangle CBO$(AAS),

$\therefore OD=OB$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because AB=BC$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2)解:与线段 CE 相等的线段有:AE, DE, AG, CF.

12. $\frac{10}{3}$

13. (1)证明:$\because AF=FG$,$\therefore \angle FAG=\angle FGA$.

$\because AG$ 平分$\angle CAB$,$\therefore \angle CAG=\angle FAG$,

$\therefore \angle CAG=\angle FGA$,$\therefore AC/\!/FG$.

$\because DE\perp AC$,$\therefore FG\perp DE$.

$\because FG\perp BC$,$\therefore DE/\!/BC$,$\therefore AC\perp BC$,

$\therefore \angle C=\angle DHG=90°$,$\angle CGE=\angle GED$.

$\because$ 点 F 是 AD 的中点,$FG/\!/AE$,

$\therefore$ 点H是ED的中点.$\therefore FG$是线段ED的垂直平分线.

$\therefore GE=GD$,$\angle GDE=\angle GED$.

$\therefore \angle CGE=\angle GDE$.$\therefore \triangle ECG\cong\triangle GHD$(AAS).

(2)证明:如答案图,过点 G 作 $GP\perp AB$ 于点 P.

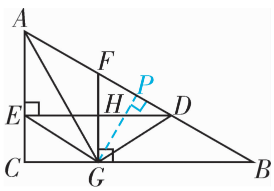
$\because AG$ 平分$\angle CAB$,$\angle C=90°$,

$\therefore GC=GP$,$\angle CAG=\angle PAG$.

$\therefore \triangle CAG\cong\triangle PAG$(AAS),$\therefore AC=AP$.

由(1),得 $EG=DG$,$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ECG\cong\mathrm{Rt}\triangle DPG$(HL).

$\therefore EC=PD$.$\therefore AD=AP+PD=AC+EC$.



(答案图)

(3)解:四边形 $AEGF$ 是菱形.理由如下:

$\because \angle B=30°$,$\therefore \angle ADE=30°$,

$\therefore AE=\frac{1}{2}AD$,$\therefore AE=AF=FG$.

由(1),得 $AE/\!/FG$,$\therefore$ 四边形 $AEGF$ 是平行四边形.

又$\because AE=AF$,$\therefore$ 四边形 $AEGF$ 是菱形.

第 3 课时: 1. C　2. B　3. C　4. $2\sqrt{5}$　5. $4\sqrt{3}$　$24\sqrt{3}$

6. $8\sqrt{3}$cm

7. (1)证明:$\because AE/\!/BF$,

$\therefore \angle ADB=\angle DBC$,$\angle DAC=\angle BCA$.

$\because AC$ 平分$\angle BAD$,BD 平分$\angle ABC$,

$\therefore \angle DAC=\angle BAC$,$\angle ABD=\angle DBC$.

$\therefore \angle BAC=\angle ACB$,$\angle ABD=\angle ADB$.

$\therefore AB=BC$,$AB=AD$.$\therefore AD=BC$.

$\because AD/\!/BC$,$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

又$\because AD=AB$,$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2)解:由(1)可知,四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore OA=OC=\frac{1}{2}AC=3$,$OB=OD=\frac{1}{2}BD=4$,$AC\perp BD$.

$\therefore \angle BOC=90°$.$\therefore BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

$\because AH\perp BC$,$\therefore S_{菱形ABCD}=BC\cdot AH=\frac{1}{2}AC\cdot BD$,

即 $5AH=\frac{1}{2}\times6\times8$,解得 $AH=\frac{24}{5}$.

8. C　9. 10°或 80°　10. $8\sqrt{2}$

11. (1)证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore BC/\!/AD$,$BC=AD$.

$\because$ 点 E,F 分别是 BC,AD 的中点,

$\therefore BE=\frac{1}{2}BC$,$AF=\frac{1}{2}AD$,$\therefore BE=AF$,且 $BE/\!/AF$,

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形.

$\because BC=2AB$,即 $AB=\frac{1}{2}BC$,$\therefore AB=BE$,

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是菱形.

(2)解:如图,过点 O 作 $OG\perp BC$ 于点 G,

$\because$ 四边形 $ABEF$ 是菱形,$\angle ABC=60°$,

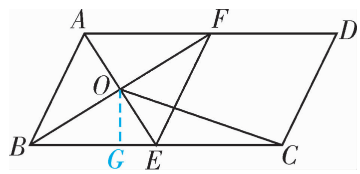
$\therefore BE=CE=AB=AE=4$,$\angle OBE=30°$,$\angle BOE=90°$.

$\therefore OE=2$,$\angle OEB=60°$,$\therefore \angle EOG=30°$,

$\therefore GE=\frac{1}{2}OE=1$,$OG=\sqrt{OE^2-GE^2}=\sqrt{3}$,

$\therefore GC=GE+CE=5$,

$\therefore OC=\sqrt{OG^2+GC^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+5^2}=2\sqrt{7}$.



(答案图)

12. C

13. (1)解:$\because AB=AC$,$\angle BAC=60°$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形,$\therefore AB=AC=BC=4$,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 为菱形,

$\therefore AC\perp BD$,$BD=2OB$,$OA=\frac{1}{2}AC=2$,

$\therefore OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=2\sqrt{3}$,$\therefore BD=4\sqrt{3}$.

(2)证明:如图 2,过点 A 作 $AH\perp BD$ 于点 H,

$\because \angle BAC=\angle EAF=90°$,$\therefore \angle BAE=\angle CAF$.

$\because \angle BAO=\angle CFB=90°$,$\angle AOB=\angle COF$,

$\therefore \angle ABE=\angle ACF$.

$\because AB=AC$,$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ACF$(ASA),

$\therefore AE=AF$,$\therefore \angle AEF=\angle AFE$.

$\because AH\perp BD$,$\angle EAF=90°$,$\therefore AH=EH=FH$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle CDB}$,$\therefore AH=CF$,$\therefore EH=CF$.

易证$\triangle AOH\cong\triangle COF$,$\therefore OF=OH$,

$\therefore OE=EH+OH=CF+OF$.

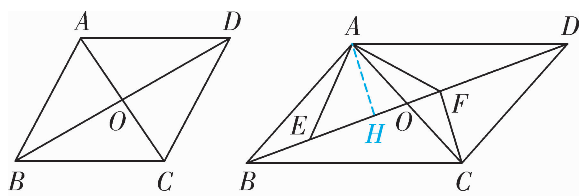


图1　　图2

(答案图)

2　矩形的性质与判定

第1课时:1. C　2. C　3. C　4. C　5. 35　6. $90°-\frac{1}{2}\alpha$

7. 证明:(1)∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $AB=DC$,$\angle B=\angle C=90°$.

∵ E 是 BC 的中点,∴ $BE=CE$,

∴ $\triangle ABE\cong\triangle DCE$(SAS).

(2)∵ $\triangle ABE\cong\triangle DCE$,∴ $AE=DE$,∴ $\angle EAD=\angle EDA$.

8. C　9. 2　10. (1)$8\sqrt{3}+8$　(2)$\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. (1)证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,∴ $AB/\!/CD$,

∴ $\angle OAE=\angle OCF$,$\angle OEA=\angle OFC$.

又∵ $AE=CF$,

∴ $\triangle AEO\cong\triangle CFO$(ASA),∴ $OE=OF$.

(2)解:如图,连接 BO. ∵ $OE=OF$,$BE=BF$,

∴ $BO\perp EF$,即 $\angle BOF=90°$.

∵ $\angle BEF=2\angle BAC$,$\angle BEF=\angle BAC+\angle EOA$,

∴ $\angle BAC=\angle EOA$,∴ $AE=OE$.

∵ $AE=CF$,$OE=OF$,∴ $OF=CF$.

又∵ $BF=BF$,∴ Rt$\triangle BOF\cong$Rt$\triangle BCF$(HL).

∴ $BO=BC$.

由(1),知点 O 是 Rt$\triangle ABC$ 的斜边 AC 的中点,

则 $AC=2BO=2BC=4\sqrt{3}$. ∴ $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=6$.

12. (1)4.8　(2)120°

13. (1)解:∵ $AP\perp CP$ 且 $AP=CP$,

∴ $\triangle APC$ 为等腰直角三角形.

∵ $AP=\sqrt{5}$,∴ $AC=\sqrt{10}$.

∵ $AB=\frac{1}{3}BC$,∴ 设 $AB=x$,则 $BC=3x$,

在 Rt$\triangle ABC$ 中,$x^2+(3x)^2=10$,

解得 $x=1$(负值已舍去),即 $AB=1$,$BC=3$.

∴ $S_{矩形ABCD}=AB\cdot BC=3$.

(2)证明:如答案图,延长 AP,CD 交于点 Q.

∵ $\angle 1+\angle CND=\angle 2+\angle ANP=90°$,

且 $\angle CND=\angle ANP$,∴ $\angle 1=\angle 2$.

∵ $\angle 3+\angle 5=\angle 4+\angle 5=90°$,∴ $\angle 3=\angle 4$.

在 $\triangle APM$ 和 $\triangle CPD$ 中,

∵ $\angle 1=\angle 2$,$AP=CP$,$\angle 3=\angle 4$,

∴ $\triangle APM\cong\triangle CPD$(ASA),∴ $PM=PD$.

又∵ $CD=PM$,∴ $CD=PD$,∴ $\angle 1=\angle 4=\angle 3$.

∵ $\angle 1+\angle Q=\angle 3+\angle 6=90°$,

∴ $\angle Q=\angle 6$,∴ $DQ=DP=CD$,∴ 点 D 为 CQ 的中点.

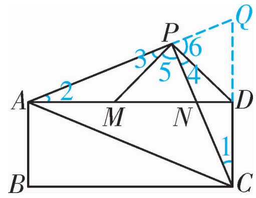
又∵ $AD\perp CQ$,∴ $AC=AQ=AP+PQ$.

在 $\triangle APN$ 和 $\triangle CPQ$ 中,

∵ $\angle 1=\angle 2$,$AP=CP$,$\angle APN=\angle CPQ$,

∴ $\triangle APN\cong\triangle CPQ$(ASA),

∴ $PN=PQ$,∴ $AC=AP+PQ=AP+PN$.



(答案图)

专题一　[强化]直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

1. B　2. B　3. $\sqrt{5}$

4. (1)证明:∵ BE,CF 是 $\triangle ABC$ 的两条高,

∴ $\angle BFC=\angle BEC=90°$.

∵ P 是 BC 边的中点,∴ $FP=\frac{1}{2}BC=EP$.

∴ $\triangle PEF$ 是等腰三角形.

(2)解:∵ $\angle A=80°$,

∴ $\angle ABC+\angle ACB=180°-\angle A=100°$.

由(1),得 $FP=BP=EP=CP$,

∴ $\angle ABC=\angle BFP$,$\angle ACB=\angle CEP$.

∴ $\angle BFP+\angle CEP=\angle ABC+\angle ACB=100°$.

∴ $\angle FPB+\angle EPC=360°-(\angle ABC+\angle ACB+\angle BFP+\angle CEP)=160°$.

∴ $\angle EPF=180°-(\angle FPB+\angle EPC)=20°$.

5. C　6. 2　7. $3\sqrt{3}$

8. 证明:如图,取 CD 中点 F,连接 AF,EF.

∵ $\angle CAB=90°$,点 F 为 CD 中点,

∴ $AF=\frac{1}{2}CD=CF$,

∴ $\angle FCA=\angle FAC$,

∴ $\angle AFD=\angle FAC+\angle FCA=2\angle FCA$.

∵ $DE\perp BC$,点 F 为 CD 中点,

∴ $EF=\frac{1}{2}CD=CF$,

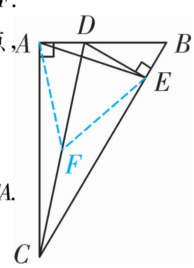
∴ $\angle FCE=\angle FEC$,

∴ $\angle EFD=\angle FEC+\angle FCE=2\angle FCE$,

∴ $\angle AFE=\angle AFD+\angle EFD=2(\angle FCA+\angle FCE)=2\angle ACB=60°$.

又∵ $AF=EF=\frac{1}{2}CD$,∴ $\triangle AEF$ 为等边三角形,

∴ $AE=AF=\frac{1}{2}CD$,∴ $CD=2AE$.



(答案图)

9. 6

10. 解:如图,延长 PF 交 AB 的延长线于点 G.

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

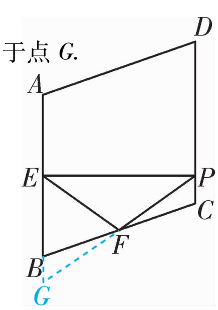
∴ $AB=BC$,$AB/\!/CD$,

∴ $\angle FBG=\angle FCP$.

∵ 点 F 是 BC 的中点,

∴ $BF=CF$.

又∵ $\angle BFG=\angle CFP$,



(答案图)

$\therefore \triangle BGF \cong \triangle CPF(\text{ASA})$，$\therefore GF = PF$.

$\because EP \perp CD, AB /\!/ CD$，$\therefore EP \perp AB$，

$\therefore EF = \frac{1}{2}PG = GF$，$\therefore \angle GEF = \angle G = \angle FPC$.

$\because \angle A = 110°$，$\therefore \angle ABC = 70°$.

$\because AB = BC$，点 E,F 分别为 AB,BC 的中点，

$\therefore BE = BF$，$\therefore \angle BEF = \frac{1}{2}(180° - \angle ABC) = 55°$，

$\therefore \angle FPC = 55°$.

11. 解：(1)①$\triangle BDF$ 是直角三角形，理由如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC = 60°$，

$\therefore \angle DBC = \angle ABD = 30°$.

$\because \triangle BGF$ 是等边三角形，$\therefore \angle GBF = 60°$.

$\therefore \angle DBF = \angle DBC + \angle GBF = 90°$.

$\therefore \triangle BDF$ 是直角三角形.

②如图 1，过点 A 作 $AH \perp BD$ 于点 H，

$\because \angle ABH = 30°$，$\therefore AH = \frac{1}{2}AB = 5$，

$\therefore BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = 5\sqrt{3}$.

$\because AB = AD, AH \perp BD$，$\therefore BD = 2BH = 10\sqrt{3}$.

$\because \triangle BGF$ 是等边三角形，$\therefore BF = BG = 4$.

在 $\text{Rt}\triangle DBF$ 中，$DF = \sqrt{BD^2 + BF^2} = 2\sqrt{79}$.

$\because$ 点 P 是 DF 的中点，

$\therefore PB = \frac{1}{2}DF = \sqrt{79}$.

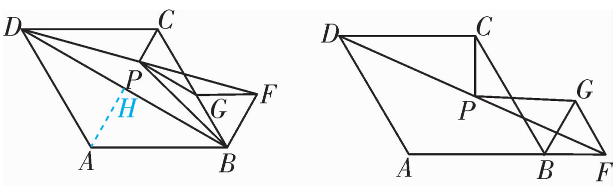


图1　　图2

(答案图)

(2)$PG = \sqrt{3}PC$.

第 2 课时：1. D　2. D　3. B　4. 16　5. ①⑤　②③④

6. $(-4,0)$

7. (1)证明：选择①.

$\because AD /\!/ BC, AB /\!/ CD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because \angle ABC = 90°$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

选择②.

$\because AD /\!/ BC, AD = BC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because \angle ABC = 90°$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

(2)解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle ABC = 90°$.

$\because AB = 3, AC = 5$，$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积 $= AB \cdot BC = 3 \times 4 = 12$.

8. D　9. 4　10. $8\sqrt{3}$

11. (1)证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD /\!/ BC, AD = BC$.

$\therefore \angle EBC = \angle ADF$.

由题意，得 $BE = DF$，

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFA(\text{SAS})$.

$\therefore CE = AF$. 同理可得 $AE = CF$.

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为平行四边形.

(证法二：用 $OA = OC, OE = OF$ 也可判定四边形 $AECF$ 为平行四边形.)

(2)解：当 $t = 2$ 或 $t = 10$ 时，以点 A,E,C,F 为顶点的四边形为矩形. 理由如下：

由矩形的性质，知 $OE = OF = OA = OC = \frac{1}{2}AC = 4$.

此时 $BE = DF = OB - OE = \frac{1}{2}(BD - AC) = \frac{1}{2} \times (12 - 8) = 2$ 或 $BE = DF = OB + OE = \frac{1}{2}(BD + AC) = \frac{1}{2} \times (12 + 8) = 10$.

$\therefore t = 2$ 或 $t = 10$ 时，以点 A,E,C,F 为顶点的四边形为矩形.

12. $\frac{3}{2}$或$\frac{5}{3}$或 15

13. 解：(1)四边形 $ADEF$ 是平行四边形. 理由如下：

$\because \triangle ABD, \triangle EBC$ 都是等边三角形，

$\therefore AD = BD = AB, BC = BE = EC$，

$\angle DBA = \angle EBC = 60°$.

$\therefore \angle DBE + \angle EBA = \angle ABC + \angle EBA$.

$\therefore \angle DBE = \angle ABC$.

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle ABC(\text{SAS})$. $\therefore DE = AC$.

又$\because \triangle ACF$ 是等边三角形，

$\therefore AC = AF$. $\therefore DE = AF$.

同理，可证 $AD = EF$.

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形.

(2)$\because$ 四边形 $ADEF$ 是矩形，$\therefore \angle FAD = 90°$.

$\therefore \angle BAC = 360° - \angle FAD - \angle DAB - \angle FAC = 360° - 90° - 60° - 60° = 150°$.

$\therefore$ 当 $\angle BAC = 150°$时，四边形 $ADEF$ 是矩形.

(3)当 $\angle BAC = 60°$时，以 A,D,E,F 为顶点的四边形不存在.

第 3 课时：1. A　2. B　3. D　4. 1　5. 10　6. 30

7. (1)证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB /\!/ CD, AD = BC$.

$\therefore \angle BAE = \angle CFE, \angle ABE = \angle FCE$.

$\because E$ 为 BC 的中点，$\therefore EB = EC$.

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCE(\text{AAS})$. $\therefore AB = CF$.

$\because AB /\!/ CF$，$\therefore$ 四边形 $ABFC$ 是平行四边形.

$\because AD = BC, AD = AF$，$\therefore BC = AF$.

$\therefore$ 四边形 $ABFC$ 是矩形.

(2)解：∵ 四边形 $ABFC$ 是矩形，$\angle AFB=30°$，

∴ $\angle AFD=60°$.

∵ $AD=AF=10$，∴ $\triangle ADF$ 是等边三角形.

由(1)可得 $CF=AB=CD$.

∴ $CD=\frac{1}{2}AD=5$. ∴ $AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=5\sqrt{3}$.

∴ $S_{\square ABCD}=DC\cdot AC=5\times5\sqrt{3}=25\sqrt{3}$.

8. C　9. A　10. ①③④

11. (1)证明：∵ $AB/\!/CD$，$AB=CD$，

∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle A+\angle ADC=180°$.

∵ $\angle A=\angle ADC$，∴ $\angle A=90°$.

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

(2)解：∵ $AB/\!/CD$，∴ $\angle ABE=\angle M$.

∵ 点 E 为 AD 的中点，∴ $AE=DE$.

∵ $\angle AEB=\angle DEM$，∴ $\triangle ABE\cong\triangle DME$(AAS).

∴ $AB=DM=6$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $DC=AB=6$，$\angle C=90°$.

∵ 点 F 为 CD 的中点，∴ $CF=\frac{1}{2}CD=3$.

在 Rt$\triangle BCF$ 中，由勾股定理，得

$BF=\sqrt{BC^2+CF^2}=\sqrt{12^2+3^2}=3\sqrt{17}$.

12. 4

13. (1)证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB=CD$，$AB/\!/CD$，$OB=OD$.

∴ $\angle ABE=\angle CDF$.

∵ E，F 分别为 OB，OD 的中点，

∴ $BE=\frac{1}{2}OB$，$DF=\frac{1}{2}OD$. ∴ $BE=DF$.

∴ $\triangle ABE\cong\triangle CDF$(SAS).

(2)解：①当 $AC=2AB$ 时，四边形 $EGCF$ 是矩形. 理由如下：

∵ $AC=2OA$，$AC=2AB$，∴ $AB=OA$.

∵ E 是 OB 的中点，∴ $AG\perp OB$，∴ $\angle OEG=90°$.

同理 $CF\perp OD$，∴ $AG/\!/CF$. ∴ $EG/\!/CF$.

∵ $EG=AE$，$OA=OC$，

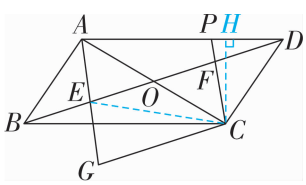
∴ OE 是 $\triangle ACG$ 的中位线. ∴ $OE/\!/CG$.

∴ $EF/\!/CG$. ∴ 四边形 $EGCF$ 是平行四边形.

∵ $\angle OEG=90°$，∴ 四边形 $EGCF$ 是矩形.

②如图，过点 C 作 $CH\perp AD$ 于点 H，连接 CE，

则 $CH^2=CD^2-DH^2=CP^2-PH^2$，



(答案图)

∵ $AP=2DP=8$，∴ $DP=4$.

设 $DH=x$，则 $PH=4-x$，

∴ $5^2-x^2=(\sqrt{17})^2-(4-x)^2$，解得 $x=3$.

∴ $DH=3$，$PH=1$.

∴ $CH=\sqrt{CD^2-DH^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}=\frac{1}{2}\times(8+4)\times4=24$.

∵ E，F 分别为 OB，OD 的中点，$OB=OD$，

∴ $EF=\frac{1}{2}BD$. ∴ $S_{\triangle EFC}=\frac{1}{2}S_{\triangle BCD}=12$.

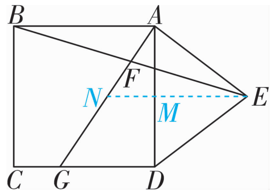
由①，知四边形 $EGCF$ 是平行四边形，

∴ $S_{四边形EGCF}=2S_{\triangle EFC}=24$.

3　正方形的性质与判定

第 1 课时： 1. B　2. D　3. A　4. 2　5. 105°　6. 2α

7. 解：(1)如图，过点 E 作 $EM\perp AD$ 于点 M.



(答案图)

∵ $EA=ED=\frac{5}{2}$，$AD=3$，

∴ $AM=DM=\frac{1}{2}AD=\frac{3}{2}$，

∴ $EM=\sqrt{AE^2-AM^2}=2$，

∴ $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AD\cdot EM=\frac{1}{2}\times3\times2=3$.

(2)如图，过点 E 作 AD 的垂线交 AD 于点 M，交 AG 于点 N.

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB/\!/CD$，$\angle ADC=90°$，$AB=AD=3$，

∴ $AB/\!/EM$，∴ $\angle ABF=\angle NEF$.

∵ 点 F 为 BE 的中点，∴ $BF=EF$.

又∵ $\angle AFB=\angle NFE$，

∴ $\triangle ABF\cong\triangle NEF$(ASA)，∴ $NE=AB=3$.

由(1)知 $EM=2$，∴ $MN=1$.

∵ $AB/\!/EN$，$AB/\!/CD$，∴ $EN/\!/CD$.

∵ $AM=DM$，∴ $AN=NG$，∴ $GD=2MN=2$，

∴ $AG=\sqrt{AD^2+GD^2}=\sqrt{13}$.

8. D　9. C　10. $\sqrt{13}$

11. 证明：(1)∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

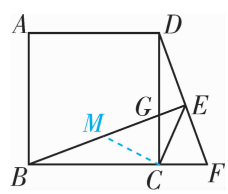
∴ $\angle BCG=\angle DCF=90°$，$BC=DC$.

∵ $BE\perp DF$，∴ $\angle CBG+\angle F=\angle CDF+\angle F$，

∴ $\angle CBG=\angle CDF$，

∴ $\triangle CBG\cong\triangle CDF$(ASA)，∴ $BG=DF$.

(2)如答案图，过点 C 作 $CM\perp CE$ 交 BE 于点 M.



(答案图)

∵ $\triangle CBG\cong\triangle CDF$，

∴ $CG=CF$，$\angle CGB=\angle F$.

∵ $\angle MCG+\angle DCE=\angle ECF+\angle DCE=90°$，

∴ $\angle MCG=\angle ECF$，∴ $\triangle MCG\cong\triangle ECF$(ASA)，

∴ $MG=EF$，$CM=CE$，

∴ $\triangle CME$ 是等腰直角三角形，∴ $ME=\sqrt{2}CE$.

又∵ $ME=MG+EG=EF+EG$，

∴ $EF+EG=\sqrt{2}CE$.

12. B

13.（1）证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB=BC$，$\angle ABP=\angle CBP=45°$.

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CBP$ 中，

∵ $AB=CB$，$\angle ABP=\angle CBP$，$PB=PB$，

∴ $\triangle ABP \cong \triangle CBP$（SAS）. ∴ $PA=PC$.

又∵ $PA=PE$，∴ $PC=PE$.

（2）解：由（1）知 $\triangle ABP \cong \triangle CBP$，∴ $\angle BAP=\angle BCP$.

又∵ $\angle BAD=\angle BCD=\angle ADC=90°$，

∴ $\angle DAP=\angle DCP$，$\angle EDF=90°$.

∵ $PA=PE$，∴ $\angle DAP=\angle E$. ∴ $\angle DCP=\angle E$.

∵ $\angle PFC=\angle DFE$，∴ $\angle CPE=\angle EDF=90°$.

（3）解：$AP=CE$. 理由如下：

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=120°$，

∴ $AB=BC$，$\angle ABP=\angle CBP=60°$，

$\angle ADC=\angle ABC=120°$，

同（1）（2）可推出 $PA=PC$，$\angle DAP=\angle DCP$.

∵ $PA=PE$，∴ $\angle DAP=\angle AEP$. ∴ $\angle DCP=\angle AEP$.

∵ $\angle PFC=\angle DFE$，

∴ $\angle CPF=\angle EDF=180°-\angle ADC=60°$.

又∵ $PC=PA=PE$，∴ $\triangle EPC$ 是等边三角形.

∴ $PC=CE$. ∴ $AP=CE$.

第 2 课时：1. A　2. C　3. B

4. 有一组邻边相等的矩形是正方形

5. $\angle BAC=90°$（答案不唯一）

6. 互相垂直　相等　互相垂直且相等

7. 解：四边形 $EFGH$ 是正方形. 理由如下：

∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴ $AC\perp BD$，$OB=OC$，$\angle OBE=\angle OCH=45°$，

∴ $\angle BOC=\angle BOH+\angle COH=90°$.

∵ $EG\perp FH$，

∴ $\angle BOE+\angle BOH=90°$，∴ $\angle BOE=\angle COH$.

∴ $\triangle BOE \cong \triangle COH$（ASA）. ∴ $OE=OH$.

同理可证，$OE=OF=OG$.

∴ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形，

$EO+GO=FO+HO$，即 $EG=FH$.

∴ 四边形 $EFGH$ 为矩形.

又∵ $EG\perp FH$，∴ 四边形 $EFGH$ 为正方形.

8. D　9. 2　10. $\sqrt{2}$

11.（1）解：∵ BD 平分 $\angle ABC$，

∴ $\angle ABD=\angle CBD$.

∵ $AB=CB$，$BD=BD$，

∴ $\triangle ABD \cong \triangle CBD$（SAS）.

∴ $\angle CDB=\angle ADB=35°$.

∵ $PN\perp CD$，∴ $\angle PND=90°$.

∴ $\angle DPN=90°-\angle CDB=55°$.

（2）证明：∵ $PM\perp AD$，$PN\perp CD$，

∴ $\angle PMD=\angle PND=90°$.

∵ $\angle ADC=90°$，∴ 四边形 $MPND$ 是矩形.

∵ $\angle ADB=\angle CDB$，$PM\perp AD$，$PN\perp CD$，

∴ $PM=PN$. ∴ 四边形 $MPND$ 是正方形.

12. B

13.（1）解：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$BC=5$，

∴ $AB=BC=5$，$\angle DAB=\angle ABC=90°$，

$\angle QAE=\frac{1}{2}\angle DAB=45°$.

∵ $AE=BC=AB=5$，$AF\perp BE$，

∴ $\angle EAM=\angle BAM$.

又∵ $AM=AM$，∴ $\triangle EAM \cong \triangle BAM$（SAS）.

∴ $\angle AEM=\angle ABM=90°$. ∴ $\angle AEQ=90°$.

∴ $\triangle AEQ$ 是等腰直角三角形.

∴ $AQ=\sqrt{2}AE=5\sqrt{2}$.

∴ $S_{\triangle AQM}=\frac{1}{2}AQ\cdot AB=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times5=\frac{25\sqrt{2}}{2}$.

（2）证明：如图 2，在 AF 上截取 $FG=FM$，连接 BG，

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB=AD$，$\angle DAB=\angle ABC=\angle ADC=\angle ADP=90°$，

$\angle CAB=\angle ACB=45°$.

∵ $AP\perp AM$，∴ $\angle PAM=\angle DAB=90°$.

∴ $\angle PAM-\angle DAM=\angle DAB-\angle DAM$，

即 $\angle PAD=\angle MAB$.

∴ $\triangle PAD \cong \triangle MAB$（ASA）. ∴ $AP=AM$.

∵ $AB=AE$，$AF\perp BE$，

∴ $\angle BAG=\angle EAG=\frac{1}{2}\angle CAB=22.5°$.

∴ $\angle BMG=\angle EAG+\angle ACB=22.5°+45°=67.5°$.

∵ $FG=FM$，$BF\perp GM$，

∴ $BG=BM$，$\angle EBC=\frac{1}{2}\angle GBM$.

∴ $\angle BGM=\angle BMG=67.5°$.

∴ $\angle ABG=\angle BGM-\angle BAG=45°=\angle BCE$.

∴ $\angle GBM=90°-45°=45°$.

∴ $\angle EBC=\frac{1}{2}\angle GBM=22.5°=\angle BAG$.

∵ $AB=BC$，∴ $\triangle ABG \cong \triangle BCE$（ASA）.

∴ $AG=BE$.

∵ $AM-GM=AG$，∴ $AP-2FM=BE$.

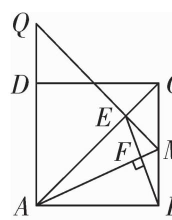


图1

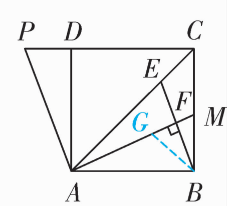


图2

（答案图）

专题二 [强化]《特殊平行四边形》中的有关计算

1. C 2. C 3. C 4. C 5. B 6. D 7. B 8. D 9. D

10. $\sqrt{17}$ 11. $\frac{17}{2}$ 12. C 13. 1∶3 14. 36. 96

专题三 [提升]《特殊平行四边形》中的图形变换

1. A 2. D 3. A 4. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 5. $\left(90+\frac{1}{2}\alpha\right)$ 6. ①②③④

7. $\frac{15}{4}$ 8. $2\sqrt{3}$ 9. 60 10. 6 11. $3\sqrt{5}$ 12. 2

13. 解：(1)在 Rt△ABD 中，$AB=5$，$AD=\frac{20}{3}$，

$\therefore BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\frac{25}{3}$.

$\because S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AE=\frac{1}{2}AB\cdot AD$，

$\therefore AE=\frac{AB\cdot AD}{BD}=\frac{5\times\frac{20}{3}}{\frac{25}{3}}=4$，

$\therefore BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=3$.

(2)①当点 F' 落在 AB 上时，如答案图 1.

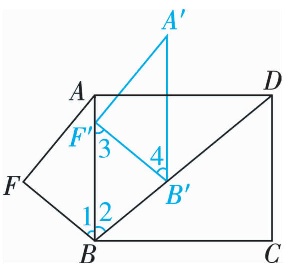
由对称性质可知，$\angle 1=\angle 2$.

由平移性质可知，

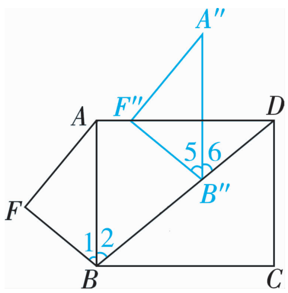
$AB/\!/A'B'$，$BF=B'F'=BE=3$，$\angle 4=\angle 1$.

$\therefore \angle 3=\angle 4$，$\therefore \angle 3=\angle 2$，

$\therefore BB'=B'F'=3$，即 $m=3$.



（答案图 1）



（答案图 2）

②当点 F'' 落在 AD 上时，如答案图 2.

$\because AB/\!/A''B''$，$AB\perp AD$，

$\therefore \angle 6=\angle 2$，$A''B''\perp AD$.

$\because \angle 1=\angle 2$，$\angle 5=\angle 1$，

$\therefore \angle 5=\angle 6$，$\therefore B''D=B''F''=3$，

$\therefore BB''=BD-B''D=\frac{16}{3}$，即 $m=\frac{16}{3}$.

$\therefore$ 综上所述，当点 F 平移到线段 AB 上时，$m=3$，

当点 F 平移到线段 AD 上时，$m=\frac{16}{3}$.

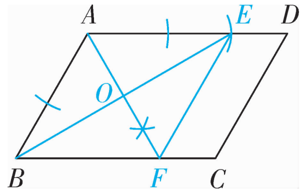
专题四 [提升]《特殊平行四边形》中的最值问题

1. 5 2. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ 3. $2\sqrt{5}$ 4. $4\sqrt{2}+4$ 5. $\sqrt{10}$ 6. $8\sqrt{2}$

7. $2\sqrt{2}$ 8. $\sqrt{2}$ 9. $\frac{80}{3}$ $\frac{20}{3}$

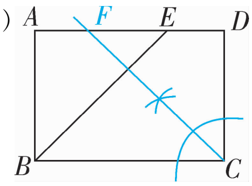
专题五 [强化]《特殊平行四边形》中的尺规作图

1. $BO=EO$ $\angle AOE=\angle FOB$ $AE=BF$ $AE=AB$



（答案图）

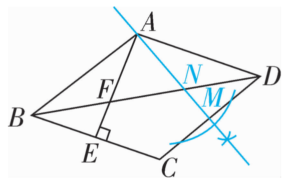
2. (1)



（答案图）

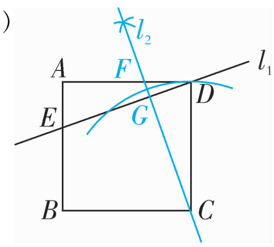
(2)①CD ②$\angle DCF$ ③$\angle BAE=\angle CDF=90°$ ④该平行四边形为矩形

3. ①AD ②$\angle BAE=\angle DAM$ ③△ADN ④这两个交点到此顶点的距离相等



（答案图）

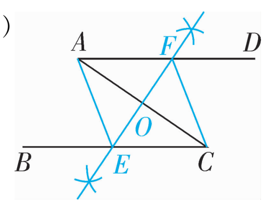
4. (1)



（答案图）

(2)①$\angle ADE$ ②$\angle ADE+\angle DFG=90°$ ③$AD=DC$ ④互相垂直，那么这两条线段相等

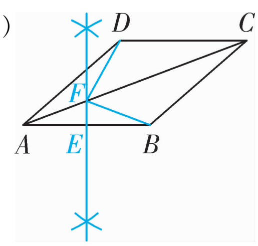
5. (1)



（答案图）

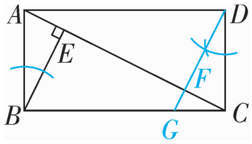
(2)①$\angle FAO=\angle ECO$ ②$AO=CO$ ③$AF=CE$ ④菱形

6. (1)



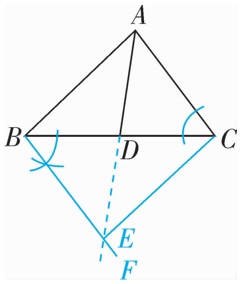
（答案图）

(2)①$FD=FB$　②$FA=FB$　③FD　④到线段两端点距离相等的点,在这条线段的垂直平分线上

7.(1)


(答案图)

(2)①$AB/\!/CD$　②$\angle ABE=\angle CDF$　③$\angle AEB=\angle CFD$　④$\angle AEB=90°$

8.(1)


(答案图)

(2)①$\triangle EDB$　②BE　③BE　④一组邻边相等的平行四边形是菱形

专题六　[提升]四边形中常见的几何基本图形

【模型解读】1. 等腰直角　2. =　=　=　3. =

【专题集训】1. A

2. 解:(1)由旋转可知,$AE=AM$,$BE=DM$,$\angle EAM=90°$,

$\angle ABE=\angle D=90°$,

$\therefore E,B,C$ 三点共线.

$\because \angle MAN=45°$,

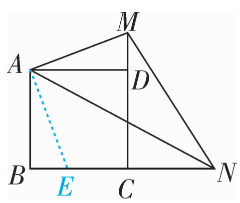
$\therefore \angle EAN=\angle EAM-\angle MAN=45°=\angle MAN$.

在$\triangle EAN$和$\triangle MAN$中,$\begin{cases}AE=AM,\\ \angle EAN=\angle MAN,\\ AN=AN,\end{cases}$

$\therefore \triangle EAN\cong\triangle MAN(\text{SAS})$,$\therefore EN=MN$.

$\because EN=BE+BN$,$\therefore MN=DM+BN$.

(2)$MN=BN-DM$. 证明如下:



(答案图)

如答案图,在 BC 上截取 $BE=MD$,连接 AE.

$\because AB=AD$,$\angle B=\angle ADM$,

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ADM(\text{SAS})$,

$\therefore AE=AM$,$\angle BAE=\angle MAD$.

$\therefore \angle EAM=\angle MAD+\angle EAD=\angle BAE+\angle EAD=90°$.

$\because \angle MAN=45°$,

$\therefore \angle EAN=\angle EAM-\angle MAN=45°=\angle MAN$.

在$\triangle EAN$和$\triangle MAN$中,$\begin{cases}AE=AM,\\ \angle EAN=\angle MAN,\\ AN=AN,\end{cases}$

$\therefore \triangle EAN\cong\triangle MAN(\text{SAS})$,$\therefore EN=MN$.

$\because EN=BN-BE$,$\therefore MN=BN-DM$.

3.(1)证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB=BC$,$\angle ABP=\angle BCQ=90°$,

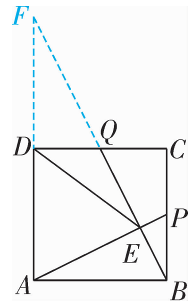
又$\because BP=CQ$,$\therefore \triangle ABP\cong\triangle BCQ(\text{SAS})$,

$\therefore \angle PAB=\angle QBC$.

$\because \angle QBC+\angle ABQ=90°$,$\therefore \angle PAB+\angle ABQ=90°$,

$\therefore \angle AEB=90°$,$\therefore AP\perp BQ$.

(2)解:$DE=AD$,理由如下:



(答案图)

如答案图,延长 BQ,AD 交于点 F.

$\because P$ 为 BC 的中点,$BP=CQ$,

$BC=DC$,$\therefore CQ=DQ$.

又$\because \angle FQD=\angle BQC$,$\angle FDQ=\angle C$,

$\therefore \triangle FDQ\cong\triangle BCQ(\text{ASA})$,

$\therefore FD=BC$,$\therefore FD=AD$.

由(1)得,$\angle FEA=90°$,$\therefore DE=FD=AD$.

(3)解:由(1)得,$AP\perp BQ$,$\therefore \angle ANE+\angle NAE=90°$.

$\because AM\perp DE$,$\therefore \angle NAE+\angle AEH=90°$,$\therefore \angle ANE=\angle AEH$.

$\because DE=DA$,$\therefore \angle DAE=\angle AEH$.

$\because AD/\!/BC$,$\therefore \angle APB=\angle DAE$.

$\because \triangle PAB\cong\triangle QBC$,$\therefore \angle CQB=\angle APB$.

$\because \angle QNM=\angle ANE$,$\therefore \angle CQB=\angle QNM$,$\therefore QM=MN$.

$\because CD/\!/AB$,$\therefore \angle ABQ=\angle CQB$,

$\therefore \angle ABQ=\angle ANE$,$\therefore AN=AB=2$.

设 $QM=MN=x$,

则 $DM=DQ+QM=1+x$,$AM=AN+MN=2+x$.

在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中,由勾股定理,得 $2^2+(x+1)^2=(x+2)^2$,

解得 $x=\dfrac{1}{2}$,$\therefore QM=\dfrac{1}{2}$.

4.(1)证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

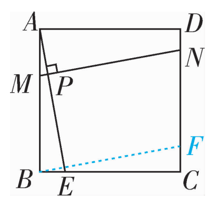
$\therefore \angle ABE=\angle BCD=90°$,$AB=BC$,$AB/\!/CD$,

过点 B 作 $BF/\!/MN$ 交 CD 于点 F,如答案图 1 所示.

$\therefore$ 四边形 $MBFN$ 为平行四边形,

$\therefore MN=BF$,$BF\perp AE$,$\therefore \angle ABF+\angle BAE=90°$.

$\because \angle ABF+\angle CBF=90°$,$\therefore \angle BAE=\angle CBF$.



(答案图 1)

在$\triangle ABE$和$\triangle BCF$中,

$\begin{cases}\angle BAE=\angle CBF,\\ AB=BC,\\ \angle ABE=\angle BCF=90°,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle BCF(\text{ASA})$,

$\therefore AE=BF$,$\therefore AE=MN$.

(2)解:连接 AQ,过点 Q 作 $HI/\!/AB$,分别交 AD,BC 于点 H,I,如答案图 2 所示.

易得四边形 $ABIH$ 为矩形,

$\therefore HI\perp AD$,$HI\perp BC$,$HI=AB=AD$.

$\because BD$ 是正方形 $ABCD$ 的对角线,$\therefore \angle BDA=45°$,

$\therefore \triangle DHQ$ 是等腰直角三角形,

$\therefore HD=HQ$,$\therefore AH=QI$.

$\because MN$ 是 AE 的垂直平分线,

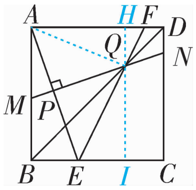
$\therefore AQ=QE$.

在 Rt△AHQ 和 Rt△QIE 中，

$\begin{cases}AQ=QE,\\AH=QI,\end{cases}$

∴ Rt△AHQ≌Rt△QIE(HL)，

∴ $\angle AQH=\angle QEI$，∴ $\angle AQH+\angle EQI=90°$，



(答案图 2)

∴ $\angle AQE=90°$，∴ △AQE 是等腰直角三角形，

∴ $\angle EAQ=\angle AEQ=45°$，即 $\angle AEF=45°$.

(3)解：延长 AG 交 BC 于点 E，如答案图 3 所示，

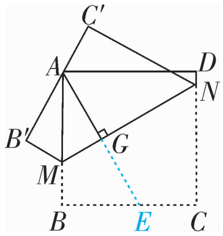
由折叠的性质可知，

$AG=EG,EC=AC'=5$，

∴ $BE=BC-EC=11-5=6$，

∴ $AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=\sqrt{11^2+6^2}=\sqrt{157}$，

∴ $AG=EG=\frac{1}{2}AE=\frac{\sqrt{157}}{2}$.



(答案图 3)

5. 解：(1)四边形 $BE'FE$ 是正方形. 理由如下：

由旋转得，

$\angle E'=\angle AEB=90°$，$\angle EBE'=90°$，$BE'=BE$.

∵ $\angle BEF=90°$，∴ 四边形 $BE'FE$ 是矩形.

又∵ $BE'=BE$，∴ 四边形 $BE'FE$ 是正方形.

(2) $CF=FE'$，证明如下：

如图 1，过点 D 作 $DG\perp AE$ 于点 G，

则 $\angle DGA=\angle AEB=90°$.

∵ $DA=DE$，∴ $AG=\frac{1}{2}AE$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $DA=AB$，$\angle DAB=90°$，∴ $\angle BAE+\angle DAG=90°$.

∵ $\angle ADG+\angle DAG=90°$，∴ $\angle ADG=\angle BAE$.

在△ADG 和△BAE 中，$\begin{cases}\angle ADG=\angle BAE,\\\angle AGD=\angle BEA,\\AD=BA,\end{cases}$

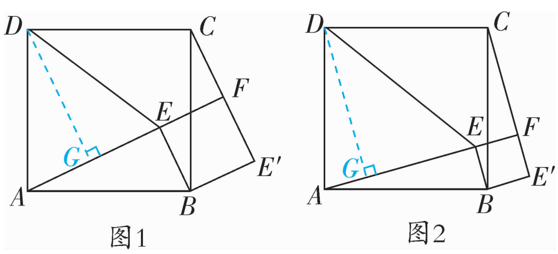
∴ △ADG≌△BAE(AAS)，∴ $AG=BE$.

∵ 四边形 $BE'FE$ 是正方形，

∴ $BE=FE'$，∴ $AG=FE'$.

由旋转得，$AE=CE'$，∴ $\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}CE'$，

∴ $FE'=\frac{1}{2}CE'$，∴ $CF=FE'$.



(答案图)

(3)如图 2，过点 D 作 $DG\perp AE$ 于点 G.

由题可知，$BE=FE'=1$，$CF=3$，

∴ $CE'=AE=4$.

同(2)可证得，△ADG≌△BAE，

∴ $DG=AE=4$，$AG=BE=1$，

∴ $GE=AE-AG=4-1=3$.

∵ $\angle DGE=90°$，

∴ $DE=\sqrt{DG^2+GE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

6. (1) $AP=CE$ $AP\perp CE$

解：(1)∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AD=CD$，$\angle ADC=90°$，

∴ $\angle ADP+\angle PDC=90°$.

∵ 四边形 $DPFE$ 是正方形，

∴ $PD=ED$，$\angle PDE=90°$，

∴ $\angle PDC+\angle CDE=90°$，

∴ $\angle ADP=\angle CDE$，

∴ △ADP≌△CDE，

∴ $AP=CE$，$\angle DAP=\angle DCE$.

∵ 点 P 在对角线 AC 上，

∴ $\angle DAP=\angle DCA=\angle DCE=45°$，

∴ $\angle ACE=90°$，即 $AP\perp CE$.

(2)如图 1，当点 P 在线段 AC 上运动时，$PC+CE=\sqrt{2}CD$，理由如下：

当点 P 在线段 AC 上运动时，由(1)可得，$AP=CE$，

∴ $PC+CE=PC+AP=AC=\sqrt{2}CD$.

如图 2，当点 P 在线段 AC 的延长线上运动时，$CE-PC=\sqrt{2}CD$，理由如下：

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AD=DC$，$\angle ACD=\angle DAC=45°$，$\angle ADC=90°$.

∵ 四边形 $DPFE$ 是正方形，

∴ $DP=DE$，$\angle PDE=90°$，

∴ $\angle ADC+\angle CDP=\angle PDE+\angle CDP$，

即 $\angle ADP=\angle CDE$.

∴ △ADP≌△CDE，∴ $AP=CE$，

∴ $CE-PC=AP-PC=AC=\sqrt{2}CD$.

(3)由(2)知，△ADP≌△CDE，

∴ $\angle DCE=\angle DAP=45°$，

∴ $\angle ACE=\angle ACD+\angle DCE=90°$.

∵ $AB=\sqrt{2}$，∴ $AC=2$，

∴ 在 Rt△ACE 中，

$CE=\sqrt{AE^2-AC^2}=\sqrt{(\sqrt{29})^2-2^2}=5$.

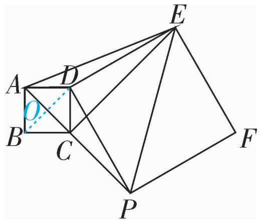
∵ $AP=CE=5$，

∴ $PC=AP-AC=5-2=3$，

∴ $PE=\sqrt{CE^2+PC^2}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$，

∴ $DE=DP=\sqrt{17}$.

如答案图，连接 BD，交 AC 于点 O，易知 $DO=\frac{1}{2}AC=1$，



（答案图）

$\therefore S_{\triangle PDE}=\frac{1}{2}DE\cdot DP=\frac{1}{2}\times(\sqrt{17})^2=\frac{17}{2}$，

$S_{\triangle PDC}=\frac{1}{2}PC\cdot DO=\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{3}{2}$，

$\therefore S_{四边形DCPE}=S_{\triangle PDE}+S_{\triangle PDC}=\frac{17}{2}+\frac{3}{2}=10.$

专题七　[提升]《特殊平行四边形》中的计算与证明

1.（1）解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AD=AB.$

$\because \angle A=60°$，$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形.

$\therefore AD=DB$，$\angle A=\angle FDB=60°.$

$\because AE=DF$，

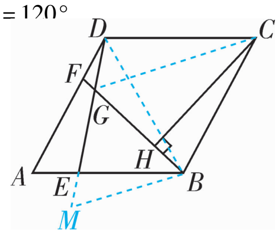
$\therefore \triangle DAE\cong\triangle BDF$（SAS）.

$\therefore \angle ADE=\angle DBF.$

$\because \angle EGB=\angle GDB+\angle GBD=\angle GDB+\angle ADE=60°$，

$\therefore \angle BGD=180°-\angle EGB=120°.$

（2）证明：如答案图，延长 GE 到点 M，使得 $GM=GB$，连接 BM，BD，CG.



（答案图）

$\because \angle MGB=60°$，$GM=GB$，

$\therefore \triangle GMB$ 是等边三角形.

$\therefore \angle MBG=\angle DBC=60°$，$MB=GB.$

$\therefore \angle MBD=\angle GBC.$

由（1）知 $BD=AD=BC$，

$\therefore \triangle MBD\cong\triangle GBC$（SAS）.

$\therefore DM=CG$，$\angle M=\angle CGB=60°.$

$\because CH\perp BG$，

$\therefore \angle GCH=30°.\ \therefore CG=2GH.$

$\because CG=DM=DG+GM=DG+BG$，

$\therefore 2GH=DG+BG.$

2.（1）解：如答案图 1，过点 F 作 $FH\perp AD$ 的延长线于点 H，则 $\angle H=90°.$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle ADC=\angle B=120°$，$AB=CD=AD=3$，

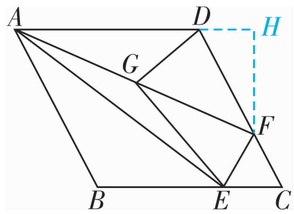
$\therefore \angle FDH=60°$，$\angle DFH=30°.$

$\because CF=CE=1$，$\therefore DF=CD-CF=2$，

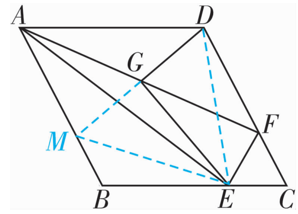
$\therefore DH=\frac{1}{2}DF=1$，$FH=\sqrt{3}$，$\therefore AH=AD+DH=4.$

在 Rt$\triangle AFH$ 中，

$AF=\sqrt{AH^2+FH^2}=\sqrt{4^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{19}.$



（答案图 1）



（答案图 2）

（2）证明：如答案图 2，延长 DG 交 AB 于点 M，连接 ED，EM.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle B=120°$，

$\therefore BC=CD$，$AB/\!/CD$，$\angle C=60°$，$\therefore \angle MAG=\angle DFG.$

$\because G$ 是 AF 的中点，$\therefore AG=FG.$

又$\because \angle AGM=\angle FGD$，

$\therefore \triangle AMG\cong\triangle FDG$（ASA），

$\therefore AM=FD$，$MG=DG$，$\therefore BM=CF.$

$\because CE=CF$，$\angle C=60°$，

$\therefore BE=FD$，$\triangle CEF$ 是等边三角形，

$\therefore EF=CF$，$\angle CFE=60°$，

$\therefore BM=EF$，$\angle EFD=120°=\angle B$，

$\therefore \triangle BEM\cong\triangle FDE$（SAS），

$\therefore EM=ED$，$\therefore \triangle EMD$ 为等腰三角形.

$\because MG=DG$，$\therefore EG\perp DG.$

3.（1）解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD=BC$，$\angle ADC=\angle B=90°.$

$\because BF=DE=1$，

$\therefore AD=BC=\sqrt{CF^2-BF^2}=\sqrt{7}.$

设 $CD=x$，则 $CE=AC=x+1$，

在 Rt$\triangle ADC$ 中，有 $AD^2+CD^2=AC^2$，

即 $(\sqrt{7})^2+x^2=(x+1)^2$，解得 $x=3.$

$\therefore CD=3.$

（2）证明：连接 CG，延长 BG 交 CD 的延长线于点 M.

$\because AB/\!/CD$，$\therefore \angle ABG=\angle M$，$\angle GAB=\angle GEM.$

$\because$ 点 G 为 AE 的中点，

$\therefore AG=EG$，$\therefore \triangle ABG\cong\triangle EMG$（AAS），

$\therefore GM=GB$，$AB=EM=CD.$

$\because \angle BCM=90°$，$\therefore CG=MG$，$\therefore \angle M=\angle MCG.$

又$\because CA=CE$，且点 G 是 AE 的中点，

$\therefore \angle MCG=\angle ACG.$

又$\because \angle BHC=\angle M+\angle MCG+\angle ACG$，

$\angle BHC+\angle ABG=60°$，

$\therefore \angle M=\angle MCG=\angle ACG=\angle ABG=15°$，

$\therefore \angle ACD=30°$，$\therefore AD=\frac{1}{2}AC$，

$\therefore AD^2+CD^2=AC^2$，即 $\frac{3}{4}AC^2=CD^2$，$\therefore CD=\frac{\sqrt{3}}{2}AC.$

$\because BF=ED$，$\therefore AF+CE=AF+CD+DE=2CD$，

$\therefore AF+CE=2CD=\sqrt{3}AC.$

4. (1)证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $OA=OC$,$AB/\!/CD$. ∴ $\angle BAC=\angle DCA$.

∵ $OE\perp AC$,$OA=OC$,∴ $AE=CE$,

∴ $\angle BAC=\angle ACE$,∴ $\angle DCA=\angle ACE$,

∴ AC 平分 $\angle DCE$.

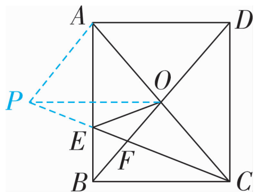
(2)解:设 $AE=CE=x$,则 $BE=4-x$,

在 $Rt\triangle BEC$ 中,由勾股定理,得 $BE^2+BC^2=CE^2$,

∴ $(4-x)^2+3^2=x^2$,解得 $x=\frac{25}{8}$.

∴ $BE=4-\frac{25}{8}=\frac{7}{8}$. ∴ $\frac{BE}{BC}=\frac{7}{24}$.

(3)证明:如答案图,延长 CE 至点 P,使 $FP=CF$,连接 OP,AP,



(答案图)

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $BC/\!/AD$,$BC=AD$,$OA=OB=OD$.

∵ F 是 OB 的中点,∴ $OF=BF$.

∵ $\angle PFO=\angle CFB$,∴ $\triangle PFO\cong\triangle CFB$(SAS).

∴ $OP=BC=AD$,$\angle OPF=\angle FCB$.

∴ $OP/\!/BC/\!/AD$. ∴ 四边形 $APOD$ 是平行四边形.

∴ $AP=OD=OA$.

∵ $AP/\!/BD$,∴ $\angle PAE=\angle ABD$.

∵ $OA=OB$,∴ $\angle OAB=\angle OBA=\angle PAB$.

∵ $AE=AE$,∴ $\triangle APE\cong\triangle AOE$(SAS). ∴ $PE=OE$.

∵ $CF=PF=PE+EF$,∴ $CF=EF+OE$.

5. (1)解:∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AB=BC$,$\angle ABC=90°$.

∵ 点 E 为 AM 的中点,$BE=\sqrt{10}$,

∴ $AM=2BE=2\sqrt{10}$.

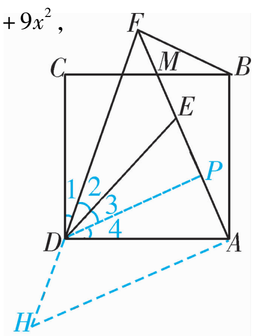
设 $BM=x$,则 $CM=2x$,$AB=BC=3x$.

在 $Rt\triangle ABM$ 中,由勾股定理,得

$AM^2=MB^2+AB^2$,即 $40=x^2+9x^2$,

解得 $x=2$. ∴ $AB=6$.

(2)证明:如答案图,过点 A 作 $AH\perp AF$,交 FD 的延长线于点 H,过点 D 作 $DP\perp AF$ 于点 P.



(答案图)

∵ DF 平分 $\angle CDE$,

∴ $\angle1=\angle2$.

∵ $DA=DE$,$DP\perp AF$,

∴ $\angle3=\angle4$.

∵ $\angle1+\angle2+\angle3+\angle4=90°$,∴ $\angle2+\angle3=45°$,

∴ $\angle DFP=90°-45°=45°$.

又∵ $AH\perp AF$,∴ $\angle H=45°=\angle DFP$,

∴ $AH=AF$,$HF=\sqrt{2}AF$.

∵ $\angle BAF+\angle DAF=90°$,$\angle DAH+\angle DAF=90°$,

∴ $\angle BAF=\angle DAH$.

又∵ $AB=AD$,∴ $\triangle ABF\cong\triangle ADH$(SAS),

∴ $BF=DH$.

∵ $HF=DH+DF=BF+DF$,∴ $BF+DF=\sqrt{2}AF$.

6. (1)解:如图 1,取 CF 的中点 H,连接 GH.

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AB=CD=BC=3$,$\angle B=\angle C=90°$.

∵ $BE=DF=1$,∴ $CE=2$,$CF=4$.

∵ G 为 EF 的中点,H 为 CF 的中点,

∴ $GH=\frac{1}{2}CE=1$,$FH=2$,$GH/\!/CE$,

∴ $DH=1$,$\angle GHD=90°$,∴ $DG=\sqrt{2}$.

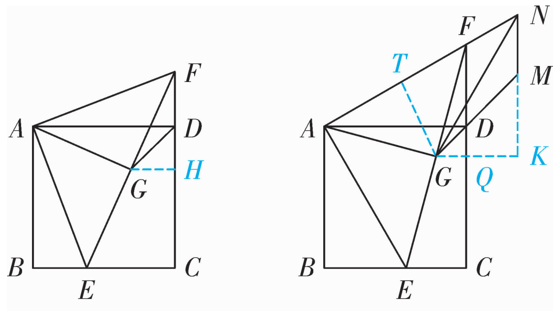


图1　图2

(答案图)

(2)证明:如图 2,过点 G 作 $GK\perp MN$,交 NM 的延长线于点 K,交 CF 于点 Q,过点 G 作 $GT\perp AF$ 于点 T.

设 $BE=a$,则 $AE=2a$,$AB=\sqrt{3}a$,

∴ $CE=(\sqrt{3}-1)a$.

∵ $DF=BE$,∴ $CF=(\sqrt{3}+1)a$.

∵ $\angle ABE=\angle ADF=90°$,$AB=AD$,∴ $\triangle ABE\cong\triangle ADF$,

∴ $AE=AF$,$\angle BAE=\angle DAF=30°$,∴ $\angle EAF=90°$,

∴ $\triangle AFE$ 是等腰直角三角形.

∵ G 是 EF 的中点,∴ $AG=\sqrt{2}a$.

∵ $MN/\!/FD$,$GK\perp MN$,∴ $GQ\perp CF$,

∴ $GQ=\frac{1}{2}CE=\frac{\sqrt{3}-1}{2}a$,$DQ=CD-\frac{1}{2}CF=\frac{\sqrt{3}-1}{2}a$,

∴ $GQ=DQ$,∴ $\angle DGQ=45°$,∴ $GK=MK$.

∵ $GM=GA=\sqrt{2}a$,∴ $GK=MK=a$.

易得 $GT=AT=a=GK=MK$,

∴ $Rt\triangle NGK\cong Rt\triangle NGT$(HL),

∴ $TN=NK=MN+MK$,$\angle ANG=\frac{1}{2}\angle ANK$.

∵ $\angle DAF=30°$,∴ $\angle AFD=60°$.

∵ $MN/\!/FD$,∴ $\angle ANK=\angle AFD=60°$,

∴ $\angle ANG=30°$,∴ $TN=\sqrt{3}TG$,$NG=2TG=\frac{2\sqrt{3}}{3}TN$,

∴ $\sqrt{3}NG=2TN=AN-AT+MN+MK=MN+AN$,

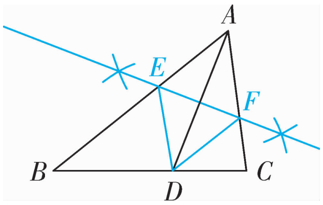
即 $MN+NA=\sqrt{3}NG$.

《特殊平行四边形》章末考点复习与小结

【知识网络】相等　垂直　相等　垂直　相等　直角　相等　一半　直角　相等　直角　直角　相等　相等且互相垂直平分　相等　垂直　直角　相等

【考点突破】1. D　2. C　3. $\sqrt{10}$

4. (1)



(答案图)

(2)①$AE=DE$　②$\angle FAD=\angle FDA$　③$\angle EAD=\angle FAD$　④$AE=AF$

5. (1)证明:如答案图,连接 BD,

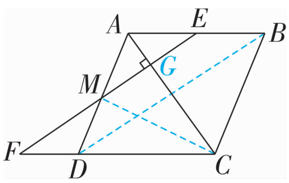
∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ $AC\perp DB$,$AD=AB$,∴ $\angle ADB=\angle ABD$.

∵ $ME\perp AC$,∴ $ME/\!/BD$,

∴ $\angle AME=\angle ADB$,$\angle AEM=\angle ABD$,

∴ $\angle AME=\angle AEM$,∴ $AM=AE$.



(答案图)

(2)①解:∵ $AM=AE$,$AD=AB$,E 是 AB 的中点,

∴ $MD=MA$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,∴ $AB/\!/CD$,

∴ $\angle F=\angle AEM$,$\angle FDM=\angle EAM$,

∴ $\triangle MDF\cong\triangle MAE$(AAS),∴ $DF=AE$.

∵ $AB=2AE$,$DF=2$,∴ $AB=4$,

∴ 菱形 $ABCD$ 的周长为 16.

②解:如答案图,连接 CM,记 EF 与 AC 的交点为点 G,

∵ $AM=AE$,$\triangle MAE\cong\triangle MDF$,

∴ $DF=DM$,$MF=ME$,

∴ $\angle DMF=\angle F$,∴ $\angle ADC=2\angle F$.

∵ $\angle ADC=2\angle MCF$,∴ $\angle MCF=\angle F$,

∴ $MF=MC=ME$,$\angle EMC=2\angle F=\angle MDC$.

∵ $ME\perp AC$,$AM=AE$,

∴ $\angle MGC=90°$,$ME=2MG$,

∴ $MC=2MG$,∴ $\angle GCM=30°$,$\angle GMC=60°$,

∴ $\angle ADC=60°$,∴ $\angle MCD=30°$,∴ $\angle DMC=90°$,

∴ $\triangle DMC$ 为直角三角形.

∵ $DF=2$,∴ $DM=2$,$CD=4$.

∴ $CM=\sqrt{CD^2-DM^2}=2\sqrt{3}$.

∴ $ME=2\sqrt{3}$.

6. D　7. B　8. $2+\sqrt{13}$

9. (1)证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ $AC\perp BD$,$OC=\frac{1}{2}AC$.

∴ $\angle DOC=90°$.

∵ $DE/\!/AC$,$DE=\frac{1}{2}AC$,∴ $DE=OC$,$DE/\!/OC$.

∴ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

又∵ $\angle DOC=90°$,∴ 四边形 $OCED$ 是矩形.

(2)解:∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ $DO=OB=\frac{1}{2}BD=3$.

由(1),得四边形 $OCED$ 为矩形,

∴ $CE=OD=3$,$\angle OCE=90°$.

在 Rt$\triangle ACE$ 中,由勾股定理,得

$AE=\sqrt{AC^2+CE^2}=\sqrt{8^2+3^2}=\sqrt{73}$.

10. (1)证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $\angle C=90°$,$CD/\!/AB$,∴ $\angle CEB=\angle FBA$.

∵ $AF\perp BE$,∴ $\angle AFB=90°=\angle C$.

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle AFB$ 中,

∵ $\angle C=\angle AFB$,$CE=FB$,$\angle CEB=\angle FBA$,

∴ $\triangle BCE\cong\triangle AFB$(ASA),∴ $BC=AF$.

(2)解:∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $\angle D=90°$,$AD=BC$.

∵ $BC=AF$,∴ $AD=AF$.

∵ $AF\perp BE$,∴ $\angle AFE=90°=\angle D$.

∵ $AE=AE$,∴ Rt$\triangle ADE\cong$Rt$\triangle AFE$(HL),

∴ $\angle AED=\angle AEF$.

∵ $\angle AEB=2\angle CEB$,∴ $\angle AED=\angle AEB=2\angle CEB$.

∵ $\angle AED+\angle AEB+\angle CEB=180°$,

∴ $5\angle CEB=180°$,∴ $\angle CEB=36°$,∴ $\angle AEB=72°$.

∴ $\angle EAF=90°-72°=18°$.

11. D　12. D　13. B　14. ①③

15. (1)证明:∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

∴ $\angle BAE=\angle DAE=45°$,$AB=AD$.

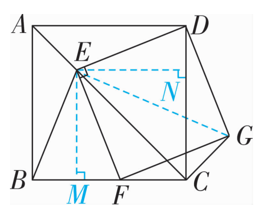
又∵ $AE=AE$,∴ $\triangle ABE\cong\triangle ADE$(SAS).

∴ $BE=DE$.

(2)①证明:如答案图,作 $EM\perp BC$ 于点 M,$EN\perp CD$ 于点 N,得矩形 $EMCN$,

∴ $\angle MEN=90°$.

∵ E 是正方形 $ABCD$ 对角线上的点,



(答案图)

∴ $EM=EN$.

∵ $\angle DEF=90°$,∴ $\angle DEN=\angle MEF=90°-\angle FEN$.

∵ $\angle DNE=\angle FME=90°$,

∴ $\triangle DEN\cong\triangle FEM$(ASA).∴ $EF=DE$.

∵ 四边形 $DEFG$ 是矩形,

∴ 矩形 $DEFG$ 是正方形.

②解:如答案图,连接 EG,

∵ 四边形 $DEFG$ 和四边形 $ABCD$ 都是正方形,

∴ $DE=DG$, $AD=DC$, $\angle ADC=\angle EDG=90°$.

∴ $\angle CDG=\angle ADE$.

∴ $\triangle ADE\cong\triangle CDG$(SAS).

∴ $AE=CG$, $\angle DAE=\angle DCG=45°$.

∵ $\angle ACD=45°$,

∴ $\angle ACG=90°$. ∴ $CE\perp CG$.

∴ $CE+CG=CE+AE=AC=\sqrt{2}AB=9\sqrt{2}$.

∵ $CG=3\sqrt{2}$, ∴ $CE=6\sqrt{2}$.

∴ $EG=\sqrt{CE^2+CG^2}=\sqrt{72+18}=3\sqrt{10}$.

∴ $DE=\frac{\sqrt{2}}{2}EG=3\sqrt{5}$.

∴ 正方形 $DEFG$ 的边长为 $3\sqrt{5}$.

专题八 [易错]《特殊平行四边形》中的常见错误

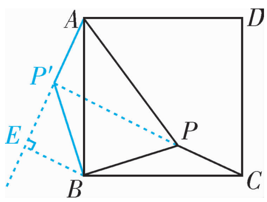
1. 20 cm 或 22 cm 2. 0.5 cm 或 5.5 cm 3. B 4. ①③④

5. C 6. B 7. (1,3)或(4,3)或(2.5,3) 8. C 9. B

10. $3\sqrt{3}$ 11. $7+\sqrt{73}$ 12. A 13. $\frac{1}{3}$

14. (1)150° $\sqrt{7}$

(2)解:如答案图,将 $\triangle BPC$ 绕点 B 逆时针旋转 90°,得到 $\triangle BP'A$,连接 PP'. 则 $\triangle BPC\cong\triangle BP'A$.



(答案图)

∴ $AP'=PC=1$, $BP'=BP=\sqrt{2}$.

∴ $PP'=\sqrt{P'B^2+PB^2}=2$, $\angle BP'P=45°$.

在 $\triangle AP'P$ 中, $AP'=1$, $PP'=2$, $AP=\sqrt{5}$.

∵ $AP'^2+PP'^2=AP^2$,

∴ $\triangle AP'P$ 是直角三角形,即 $\angle AP'P=90°$.

∴ $\angle BPC=\angle AP'B=\angle AP'P+\angle BP'P=135°$.

过点 B 作 $BE\perp AP'$,交 AP' 的延长线于点 E,则 $\angle EP'B=45°$, $\triangle BEP'$ 是等腰直角三角形.

∴ $EP'=BE=1$. ∴ $AE=EP'+AP'=2$.

∴ $AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=\sqrt{5}$.

∴ $\angle BPC=135°$,正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{5}$.

第二章 一元二次方程

1 认识一元二次方程

第 1 课时:1. A 2. D 3. C 4. 1

5. $x^2-3x-8=0$ 1 $-3x$ -8 6. 8

7. (1)解:根据题意,得 $2y^2=2$,

化为一般形式为 $y^2-1=0$.

(2)解:设较短的直角边长为 x,则另一条直角边长为 $(x+1)$,斜边长为 $(x+2)$.

由勾股定理可列出方程 $x^2+(x+1)^2=(x+2)^2$.

整理,得 $x^2-2x-3=0$.

(3)解:设原来正方形的边长为 x cm,

则余下的矩形的宽为 $(x-2)$ cm.

由题意可列出方程 $x(x-2)=48$.

整理,得 $x^2-2x-48=0$.

(4)解:设需要剪去的小正方形的边长为 x cm,

则盒子的底面长方形的长为 $(19-2x)$ cm,宽为 $(15-2x)$ cm.

根据题意,得 $(19-2x)(15-2x)=165$,

化为一般形式为 $x^2-17x+30=0$.

8. D 9. (1) $\pm\sqrt{2}$ (2)1 10. (1) -1 (2)1

11. 解:方程 $ax^2+bx(x-1)=cx^2$ 可化为

$(a+b-c)x^2-bx=0$.

∵ a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三条边, ∴ $a+b-c>0$.

∴ $(a+b-c)x^2-bx=0$ 一定是一元二次方程.

∴ $ax^2+bx(x-1)=cx^2$ 一定是关于 x 的一元二次方程.

12. B

13. 解:原方程可化为 $ax^2-(2a-b)x+a-b+c=0$.

∵ 该一元二次方程的一般形式为 $2x^2-3x-1=0$,

∴ $\begin{cases}a=2,\\2a-b=3,\\a-b+c=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=1,\\c=-2,\end{cases}$

∴ $\frac{a+b}{c}=\frac{2+1}{-2}=-\frac{3}{2}$

第 2 课时:1. A 2. C 3. A 4. 2 025 5. 3

6. (1)4 (2) -4 (3)2 027

7. 0 -4 -7 -9 -10 -10 -9 -7 -4 0

1 $-\frac{3}{4}$ -2 $-\frac{11}{4}$ -3 $-\frac{11}{4}$ -2 $-\frac{3}{4}$ 1 $\frac{13}{4}$

解:方程 $2x^2-5x-7=0$ 的解为 $x_1=-1$, $x_2=\frac{7}{2}$.

方程 $x^2-2x-2=0$ 的解 x_1 在 -1 和 $-\frac{1}{2}$ 之间, x_2 在 $\frac{5}{2}$ 和 3 之间.

8. B 9. 1 和 -1 10. 1

11. 解:(1) $(10-2x)(6-2x)=32$.

化成一般形式为 $x^2-8x+7=0$.

(2)根据题意,得 $\begin{cases}10-2x>0,\\6-2x>0,\\x>0.\end{cases}$ 解得 $0<x<3$.

(3)0 -5 -8 (4)相框的边缘宽是 1 cm.

12. -2.5 或 0.5

13. 解：$\because a$ 是 $x^2-2\,025x+1=0$ 的一个根，

$\therefore a^2-2\,025a+1=0$，

$\therefore a^2-2\,024a=a-1, a^2+1=2\,025a$，

原式 $=a-1+\frac{1}{a}$

$=\frac{a^2+1}{a}-1$

$=\frac{2\,025a}{a}-1$

$=2\,024$.

2 用配方法求解一元二次方程

1. D 2. B 3. A 4. (1)16 4 (2)$\frac{9}{4}$ $\frac{3}{2}$

5. (1) $-\frac{5}{2}$ $\frac{19}{4}$ (2)4 6. ± 3

7. (1)解：$x_1=\frac{7}{2}, x_2=-\frac{7}{2}$.

(2)解：$x_1=3, x_2=-2$.

(3)解：$x_1=-4+2\sqrt{5}, x_2=-4-2\sqrt{5}$.

(4)解：$x_1=2+2\sqrt{3}, x_2=2-2\sqrt{3}$.

(5)解：$x_1=1, x_2=-1$.

(6)解：$y_1=-2, y_2=3$.

8. C 9. -1 10. $m>4$

11. 解：$\because a^2+b^2-2a-8b+17=(a^2-2a+1)+(b^2-8b+16)=(a-1)^2+(b-4)^2=0$，

$\therefore a=1, b=4$.

$\because a,b,c$ 为 $\triangle ABC$ 的三边，

$\therefore 4-1<c<4+1$，$\therefore 3<c<5$.

$\because a,b,c$ 都是正整数，$\therefore c=4$，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长 $=1+4+4=9$.

12. B

13. 解：(1)等式右边 $=\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+a^2-2ac+c^2)=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)=a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=$ 等式左边，则 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]$.

(2)3

(3)$\because a-b=\frac{3}{5}, b-c=\frac{3}{5}$，$\therefore a-c=\frac{6}{5}$.

$\because a^2+b^2+c^2=1, a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]$，

$\therefore 1-(ab+bc+ac)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{9}{25}+\frac{9}{25}+\frac{36}{25}\right)$，

则 $ab+bc+ac=1-\frac{27}{25}=-\frac{2}{25}$.

3 用公式法求解一元二次方程

第 1 课时：1. D 2. A 3. A 4. 8 $x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}, x_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. (1)$a\geqslant -\frac{1}{4}$ (2)0 (3)$-\frac{1}{4}$

6. 解：(1)$\because \Delta=(-3)^2-4\times 2\times 1=1>0$，

$\therefore$ 原方程有两个不相等的实数根.

(2)$\because \Delta=(-2)^2-4\times 5\times 1=-16<0$，

$\therefore$ 原方程没有实数根.

7. (1)解：$x_1=\frac{3+\sqrt{3}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$.

(2)解：$x_1=x_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(3)解：$x_1=5, x_2=1$.

(4)解：此方程无解.

(5)解：$x_1=\frac{1}{4}, x_2=-\frac{5}{2}$.

8. C 9. A 10. -1

11. 解：(1)$\because$ 原方程有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta>0$，

$\therefore \Delta=(-2k)^2-4\times 1\times(k^2-k+1)=4k^2-4k^2+4k-4=4k-4>0$，

解得 $k>1$.

(2)$\because 1<k<5$，k 是整数，

$\therefore k$ 的值为 2,3,4，

当 $k=2$ 时，方程为 $x^2-4x+3=0$，

解得 $x_1=1, x_2=3$.

当 $k=3$ 或 4 时，此时方程的解不为整数，故不合题意.

综上所述，k 的值为 2.

12. A

13. 解：(1)$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore a=b=c>0$.

$\because (a+c)x^2-2bx+a-c=0$，

$\therefore 2ax^2-2ax+a-a=0$，

即 $x^2-x=0$，

解得 $x_1=0, x_2=1$.

(2)该一元二次方程有两个不相等的实数根. 理由如下：

$\because \triangle ABC$ 是以 c 为斜边的直角三角形，

$\therefore a^2+b^2=c^2, b\neq 0$，

$\therefore a^2-c^2=-b^2$.

$\because (a+c)x^2-2bx+a-c=0$，

$\therefore \Delta=(-2b)^2-4(a+c)(a-c)$

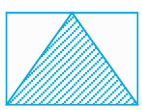
$=4b^2-4(a^2-c^2)$

$=4b^2+4b^2$

$=8b^2>0$，

$\therefore$ 该一元二次方程有两个不相等的实数根.

第 2 课时:1. D　2. C　3. B　4. $(30-x)(40-2x)=1\ 008$
5. 2　6. 12
7. 解:设温室的宽为 x m,则长为 $2x$ m,
蔬菜种植区域的长为 $(2x-3-1)$ m,宽为 $(x-2)$ m.
根据题意,得 $(2x-3-1)(x-2)=288$.
整理,得 $(x-2)^2=144$.
解得 $x_1=14$,$x_2=-10$(不合题意,舍去).
则 $2x=28$.
答:当温室的长为 28 m、宽为 14 m 时,矩形蔬菜种植区域的面积是 288 m^2.
8. B　9. 2　10. 2 或 4
11. 解:(1)设矩形 $ABCD$ 的边 AB 的长为 x m,
则边 BC 的长为 $70-2x+2=(72-2x)$ m.
根据题意,得 $x(72-2x)=640$,
化简,得 $x^2-36x+320=0$,解得 $x_1=16$,$x_2=20$,
当 $x=16$ 时,$72-2x=40$;当 $x=20$ 时,$72-2x=32$.
答:当羊圈的长为 40 m,宽为 16 m 或长为 32 m,宽为 20 m 时,能围成一个面积为 640 m^2 的羊圈.
(2)不能,理由如下:
由题意,得 $x(72-2x)=650$,
化简,得 $x^2-36x+325=0$.
$\because \Delta=(-36)^2-4\times325=-4<0$,
$\therefore$ 该方程没有实数根.
$\therefore$ 羊圈的面积不能达到 650 m^2.
12. D
13. 解:(1)小强的结果不对. 理由如下:
设小路的宽为 x m,
由题意,得 $(32-2x)(24-2x)=\frac{1}{2}\times32\times24$,
解得 $x_1=24$,$x_2=4$.
$\because$ 道路的宽度必须小于 24 m,$\therefore x=24$,舍去.
$\therefore$ 道路的宽为 4 m.
(2)由题意,得 $3x^2=\frac{1}{2}\times32\times24$,解得 $x=\pm8\sqrt{2}$.
$\because x>0$,$\therefore x$ 的值为 $8\sqrt{2}$.
(3)答案不唯一. 例如:
取上边长的中点作为三角形的顶点,下边长的两个端点作为三角形的另外两个顶点,此三角形的面积等于矩形面积的一半.


(答案图)

4　用因式分解法求解一元二次方程

1. B　2. D　3. B　4. D　5. $(x-4)(x-5)$　6. -3
7. (1)解:因式分解,得 $x(x-1)=0$.
解得 $x_1=0$,$x_2=1$.
(2)解:原方程可化为 $[(x+2)+3x][(x+2)-3x]=0$,
即 $(4x+2)(-2x+2)=0$.
解得 $x_1=-\frac{1}{2}$,$x_2=1$.
(3)解:因式分解,得 $(x-2)(x-1)=0$,
$\therefore x-2=0$ 或 $x-1=0$,
$\therefore x_1=2$,$x_2=1$.
(4)解:移项,得 $(2x-1)^2-2(2x-1)=0$,
因式分解,得 $(2x-1)(2x-3)=0$,
$\therefore 2x-1=0$ 或 $2x-3=0$,
$\therefore x_1=\frac{1}{2}$,$x_2=\frac{3}{2}$.
8. A　9. (1)4 或 -1　(2)0 或 4　10. 6 或 $2\sqrt{5}$
11. (1)解:$x_1=-0.1$,$x_2=-1.9$.
(2)解:$x_1=\frac{3}{2}$,$x_2=1$.
(3)解:$x_1=x_2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
(4)解:$x_1=1+\sqrt{6}$,$x_2=1-\sqrt{6}$.
(5)解:$x_1=\frac{4}{3}$,$x_2=\frac{16}{7}$.
12. 2 026
13. (1)证明:$\because \Delta=[-(2k+1)]^2-4(k^2+k)=1>0$,
$\therefore$ 无论 k 取何值,方程都有两个不相等的实数根.
(2)解:$\because x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$,
即 $(x-k)[x-(k+1)]=0$,
解得 $x=k$ 或 $x=k+1$.
$\therefore$ 一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$ 的两根为 k,$k+1$,
$\therefore \frac{x_1}{x_2}=\frac{k+1}{k}=1+\frac{1}{k}$ 或 $\frac{x_1}{x_2}=\frac{k}{k+1}=1-\frac{1}{k+1}$,
如果 $1+\frac{1}{k}$ 为整数,则 k 为 1 的约数,
$\therefore k=\pm1$;
如果 $1-\frac{1}{k+1}$ 为整数,则 $k+1$ 为 1 的约数,
$\therefore k+1=\pm1$,则 k 为 0 或 -2.
$\therefore$ 整数 k 的所有可能的值为 ±1,0 或 -2.

专题九　[巩固]一元二次方程的解法

1. (1)解:$x_1=3+\sqrt{10}$,$x_2=3-\sqrt{10}$.
(2)解:$y_1=-1$,$y_2=-\frac{1}{2}$.
(3)解:$x_1=\frac{1+\sqrt{6}}{2}$,$x_2=\frac{1-\sqrt{6}}{2}$.
(4)解:$x_1=-2$,$x_2=4$.
2. (1)解:原方程无实数解.
(2)解:$y_1=\sqrt{3}+1$,$y_2=\sqrt{3}-1$.
(3)解:$x_1=\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}$,$x_2=\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}$.
(4)解:$x_1=2+\sqrt{3}$,$x_2=2-\sqrt{3}$.
3. (1)解:$x_1=\frac{1}{2}$,$x_2=\frac{5}{4}$.

(2)解：$z_1=8$，$z_2=-3$.

(3)解：$x_1=x_2=-3$.

(4)解：$x_1=\frac{1}{10}$，$x_2=-\frac{19}{2}$.

4. (1)解：$y_1=1$，$y_2=3$.

(2)解：$x_1=-5$，$x_2=7$.

(3)解：$x_1=-5+5\sqrt{6}$，$x_2=-5-5\sqrt{6}$.

(4)解：$y_1=\sqrt{2}+\sqrt{5}$，$y_2=\sqrt{2}-\sqrt{5}$.

(5)解：$x_1=x_2=2$.

(6)解：$x_1=4$，$x_2=2$.

5. 解：(1)设$\frac{1}{x}=a$，则 $a^2-5a+6=0$，

解得 $a_1=2$，$a_2=3$.

$\therefore \frac{1}{x}=2$ 或$\frac{1}{x}=3$，解得 $x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{1}{3}$.

经检验，$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{1}{3}$是原分式方程的解.

(2)设 $x^2-2=a$，则 $a^2-2a-8=0$，

解得 $a_1=4$，$a_2=-2$.

当 $a=4$ 时，即 $x^2-2=4$，

解得 $x_1=\sqrt{6}$，$x_2=-\sqrt{6}$；

当 $a=-2$ 时，即 $x^2-2=-2$，解得 $x_3=x_4=0$.

$\therefore$ 原方程的根是 $x_1=\sqrt{6}$，$x_2=-\sqrt{6}$，$x_3=x_4=0$.

(3)设 $|x-1|=m$，则 $m^2-m-6=0$，

解得 $m=3$ 或 $m=-2$(不合题意，舍去)，

$\therefore |x-1|=3$，$\therefore x-1=\pm3$，

解得 $x_1=-2$，$x_2=4$.

$\therefore$ 原方程的根是 $x_1=-2$，$x_2=4$.

*5　一元二次方程的根与系数的关系

1. D　2. A　3. D　4. D

5. (1) -3　(2)2 024　6. $m>\frac{1}{2}$

7. 解：由题意知 $x_1+x_2=-6$，$x_1x_2=3$.

(1)$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=-2$.

(2)$\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}=\frac{x_2^2+x_1^2}{x_1x_2}=\frac{(x_2+x_1)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\frac{36-6}{3}=10$.

(3)$\left(x_1+\frac{1}{x_2}\right)\left(x_2+\frac{1}{x_1}\right)=x_1x_2+1+1+\frac{1}{x_1x_2}=3+1+1+\frac{1}{3}=5\frac{1}{3}$.

8. A　9. 0　10. (1)14　(2)2 027　(3)2

11. (1)证明：$\because \Delta=[-(m+2)]^2-4\times1\times(m-1)=m^2+4m+4-4m+4=m^2+8>0$，

$\therefore$ 无论 m 取何值，方程都有两个不相等的实数根.

(2)解：由根与系数的关系，得

$x_1+x_2=m+2$，$x_1x_2=m-1$.

$\because x_1^2+x_2^2-x_1x_2=9$，即$(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=9$，

$\therefore (m+2)^2-3(m-1)=9$，

整理，得 $m^2+m-2=0$，

$\therefore (m+2)(m-1)=0$，

解得 $m_1=-2$，$m_2=1$，

$\therefore m$ 的值为 -2 或 1.

12. C

13. 解：(1)由题意知，m，n 是方程 $x^2-2x-4=0$ 的两个实数根，

$\therefore m+n=2$，$mn=-4$.

$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{m+n}{mn}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$.

(2)令 $x+y=s$，$xy=t$.

$\because xy+x+y=13$，$x^2y+xy^2=xy(x+y)=42$，

$\therefore s+t=13$，$st=42$.

由韦达定理的逆定理，知 s，t 是方程 $q^2-13q+42=0$ 的两个实数根，进而解得 $q^2-13q+42=0$ 的两个实数根是 6，7，

$\therefore \begin{cases}s=6,\\t=7\end{cases}$或$\begin{cases}s=7,\\t=6,\end{cases}$即$\begin{cases}x+y=6,\\xy=7\end{cases}$或$\begin{cases}x+y=7,\\xy=6.\end{cases}$

当$\begin{cases}x+y=6,\\xy=7\end{cases}$时，$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=22$；

当$\begin{cases}x+y=7,\\xy=6\end{cases}$时，$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=37$.

综上所述，$x^2+y^2=22$ 或 37.

6　应用一元二次方程

第 1 课时：1. D　2. B　3. D　4. 1　5. 12　6. 36

7. 解：设两人继续前行 x s 时相距 85 m.

根据题意，得$(4x)^2+(50+3x)^2=85^2$.

整理，得 $x^2+12x-189=0$.

解得 $x_1=9$，$x_2=-21$(不合题意，舍去).

当 $x=9$ 时，$4x=36$，$50+3x=77$.

所以，当两人相距 85 m 时，甲在点 O 以东 36 m 处，乙在点 O 以北 77 m 处.

8. C　9. $(5+5\sqrt{2})$　10. 9 或 12

11. 解：(1)设经过 x s，$\triangle PBQ$ 的面积等于 8 cm^2.

根据题意，得$\frac{1}{2}(6-x)\cdot 2x=8$.

解得 $x_1=2$，$x_2=4$.

经检验，x_1，x_2 均符合题意.

故经过 2 s 或 4 s，$\triangle PBQ$ 的面积等于 8 cm^2.

(2)不能. 理由如下：

设经过 y s，线段 PQ 将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，根据题意，得

$\frac{1}{2}(6-y)\cdot 2y=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times6\times8$，

即 $y^2-6y+12=0$.

$\because \Delta = 36 - 4 \times 12 = -12 < 0$,

$\therefore$ 此方程无实数根.

$\therefore$ 线段 PQ 不能将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分.

12. A

13. 解:(1)由题意,知 $BQ = 16 - t$,则

$S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2} BQ \cdot CD = \frac{1}{2} \times (16 - t) \times 12 = 96 - 6t$,

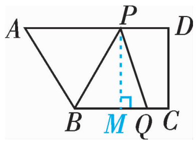
即 $S = -6t + 96 (0 \leqslant t < 16)$.

(2)①当 $PB = PQ$ 时,

如答案图,作 $PM \perp BC$ 于点 M,

则 $BM = QM$,

即 $16 - 2t = 2t - t$. 解得 $t = \frac{16}{3}$;



(答案图)

②当 $BP = BQ$ 时,

由 $PB^2 = BM^2 + PM^2 = (16 - 2t)^2 + 12^2$, $BQ^2 = (16 - t)^2$,

得 $(16 - 2t)^2 + 12^2 = (16 - t)^2$.

整理,得 $3t^2 - 32t + 144 = 0$.

$\because \Delta = (-32)^2 - 4 \times 3 \times 144 = -704 < 0$,

$\therefore$ 方程无实数解;

③当 $PQ = BQ$ 时,

由 $PQ^2 = PM^2 + QM^2 = 12^2 + t^2$, $BQ^2 = (16 - t)^2$,

得 $12^2 + t^2 = (16 - t)^2$,

即 $32t = 112$,解得 $t = \frac{7}{2}$.

综上所述,当 t 为 $\frac{16}{3}$ 或 $\frac{7}{2}$ 时,以 B,P,Q 三点为顶点的三角形是等腰三角形.

第 2 课时:1. D 2. D 3. C 4. $4(1 + x)^2 = 4.3$ 5. 3

6. $x(x - 1) = 342$

7. 解:(1)设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

将(40,160),(120,0)代入 $y = kx + b$,

得 $\begin{cases} 40k + b = 160, \\ 120k + b = 0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -2, \\ b = 240. \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = -2x + 240 (40 \leqslant x \leqslant 120)$.

(2)依题意,得 $(x - 30)(-2x + 240) = 3\ 600$,

整理,得 $x^2 - 150x + 5\ 400 = 0$.

解得 $x_1 = 60$, $x_2 = 90$.

当 $x = 60$ 时, $y = -2 \times 60 + 240 = 120$,

成本为 $30 \times 120 = 3\ 600 > 2\ 500$,不符合题意,舍去;

当 $x = 90$ 时, $y = -2 \times 90 + 240 = 60$,

成本为 $30 \times 60 = 1\ 800 < 2\ 500$,符合题意.

答:销售单价应定为 90 元/千克.

8. B 9. B 10. 28 或 32

11. 解:(1)设每支笔的进价是 x 元,则每个圆规的进价是 $(10 - x)$ 元,

由题意,得 $\frac{1\ 600}{x} = \frac{1\ 200}{10 - x} \times 2$,解得 $x = 4$.

经检验, $x = 4$ 是原方程的解,且符合题意,

$\therefore 10 - x = 10 - 4 = 6$.

答:每支笔的进价是 4 元,每个圆规的进价是 6 元.

(2)设每个圆规的售价为 m 元,由题意,得

$(m - 6)\left(30 + \frac{12 - m}{0.5} \times 5\right) + 50 \times (8 - 4) = 400$,

整理,得 $m^2 - 21m + 110 = 0$,

解得 $m_1 = 10$, $m_2 = 11$.

$\because$ 降价率不超过 10%,

$\therefore \frac{12 - m}{12} \leqslant 10\%$, $\therefore m \geqslant 10.8$, $\therefore m = 11$.

答:每个圆规的售价为 11 元.

12. 五

13. 解:(1)设 2022 年 S 省农业科技综合服务平台计划购买 A 款大疆农业无人机 x 架, B 款大疆农业无人机 y 架,

根据题意,得 $\begin{cases} x + y = 25, \\ 2x + (2 - 0.2)y = 47, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 10, \\ y = 15. \end{cases}$

答:2022 年 S 省农业科技综合服务平台计划购买 A 款大疆农业无人机 10 架, B 款大疆农业无人机 15 架.

(2)根据题意,得 $2 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times (10 + m) + \left(2 - 0.2 + \frac{m}{10}\right) \times 15 \times \left(1 - \frac{m}{5}\right) = 55.8$,

整理,得 $m^2 + 3m - 4 = 0$,

解得 $m_1 = 1$, $m_2 = -4$(不合题意,舍去).

答: m 的值为 1.

《一元二次方程》章末考点复习与小结

【知识网络】整式 完全平方 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $a = 0$ $b = 0$ 不相等 相等 无 $-\frac{b}{a}$ $\frac{c}{a}$

【考点突破】1. A 2. -1 3. -1, $\frac{5}{3}$ 4. D

5. (1)解: $x_1 = 1$, $x_2 = -5$.

(2)解: $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{2}{3}$.

(3)解: $x_1 = -32$, $x_2 = -\frac{8}{9}$.

(4)解: $x_1 = 3$, $x_2 = 9$.

6. A 7. B 8. 2 9. 4 10. C 11. 10% 12. 2

13. 解:(1)设 AD 的长为 x m,

则 $AB = (27 - 3x)$ m,

根据题意,得 $x(27 - 3x) = 54$,

整理,得 $x^2 - 9x + 18 = 0$.

解得 $x_1 = 3$, $x_2 = 6$.

$\because$ 墙的最大可用长度为 12 m,

$\therefore 0 < 27 - 3x \leqslant 12$.

$\therefore 5 \leqslant x < 9$.

$\therefore x = 6$,即 AD 的长为 6 m.

(2)不能围成面积为 90 m^2 的花圃. 理由如下:

假设存在符合条件的长方形,设 AD 的长为 y m,

于是有 $(27-3y)\cdot y=90$,

整理,得 $y^2-9y+30=0$.

$\because \Delta=(-9)^2-4\times1\times30=-39<0$,

$\therefore$ 该方程无实数根.

$\therefore$ 不能围成面积为 90 m^2 的花圃.

14. 解:(1)设小华每分钟跑 x 米,则小明每分钟跑1. 5x米.

根据题意,得$\frac{2\ 160}{x}-\frac{2\ 160}{1.5x}=6$,解得 $x=120$,

经检验,$x=120$ 是原方程的解,且符合题意.

$\therefore 1.5x=1.5\times120=180$.

答:小明每分钟跑 180 米.

(2)设在从 A 地到 C 地整个跑步过程中,小明共用 y 分钟,根据题意,得

$10\times30+\left(\frac{y-30}{2}+10\right)(y-30)=1\ 050$,

整理,得 $y^2-40y-1\ 200=0$,

解得 $y_1=60$,$y_2=-20$(不合题意,舍去).

答:小明共用 60 分钟.

15. 解:(1)设该品牌头盔销售量的月增长率为 a,

根据题意,得 $500(1+a)^2=720$,

解得 $a_1=0.2=20\%$,$a_2=-2.2$(不合题意,舍去).

答:该品牌头盔销售量的月增长率为 20%.

(2)①根据题意,得 $y=500-10(x-50)$,

$\therefore y=-10x+1\ 000$.

②根据题意,得 $(x-40)(-10x+1\ 000)=8\ 000$,

整理,得 $x^2-140x+4\ 800=0$,

解得 $x_1=60$,$x_2=80$.

$\because$ 要尽可能让顾客得到实惠,$\therefore x=60$.

答:该品牌头盔的实际售价应定为 60 元.

专题十 [易错]《一元二次方程》中的常见错误

1. D 2. 1 3. $a>-\frac{1}{3}$且 $a\neq0$

4. 4 5. A 6. 16 7. 6 8. D

9. (1)p 1

(2)解:$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=\frac{p}{1}=p$.

由题意,得 $x_1^2-px_1+1=0$,$x_1\neq0$,

$\therefore x_1-p+\frac{1}{x_1}=0$,即 $x_1+\frac{1}{x_1}=p$.

(3)$\because x_1^2+x_2^2=2p+1$,

$\therefore (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=2p+1$,即 $p^2-2=2p+1$,

解得 $p_1=3$,$p_2=-1$,

当 $p=3$ 时,$\Delta=p^2-4=5>0$;

当 $p=-1$ 时,$\Delta=p^2-4=-3<0$,不合题意,舍去,

$\therefore p=3$.

10. D 11. 512 人患有流感.

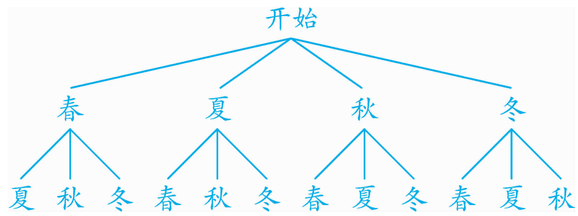
第三章 概率的进一步认识

1 用树状图或表格求概率

第 1 课时:1. C 2. B 3. $\frac{1}{2}$ 4. $\frac{1}{10}$ 5. $\frac{1}{6}$ 6. $\frac{1}{2}$

7. (1)$\frac{1}{4}$

(2)解:画树状图如下:



(答案图)

共有 12 种等可能的结果,其中抽取的书签恰好 1 张为“春”、1 张为“秋”的结果有 2 种,

$\therefore P$(抽取的书签恰好 1 张为“春”、1 张为“秋”)$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

8. B 9. B 10. $\frac{5}{9}$

11. 解:(1)(a,b)对应的表格如下:

a \ b	1	2	3
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)

(2)$\because$ 一元二次方程有实数根,

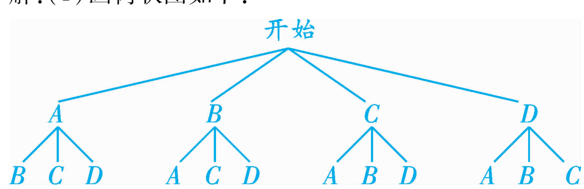
$\therefore \Delta=a^2-8b\geqslant0$.

从(1)中的表格可以看出,共有 12 种等可能的结果,而使方程 $x^2-ax+2b=0$ 有实数根的结果有 3 种,即(3,1),(4,1),(4,2).

$\therefore P(x^2-ax+2b=0$ 有实数根$)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$.

12. B

13. 解:(1)画树状图如下:



共有 12 种等可能的结果.

(2)由题意知,卡片 B,C,D 上的正整数是勾股数,则抽到两张卡片上的数都是勾股数的结果有 6 种,所以 P(抽到两张卡片上的数都是勾股数)$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

第 2 课时:1. B 2. B 3. D 4. A 5. 小兰 6. 对乙有利

7. 解：列表如下：

转盘B＼转盘A	红$_1$	红$_2$	黄	蓝$_1$
红$_3$	(红$_3$，红$_1$)	(红$_3$，红$_2$)	(红$_3$，黄)	(红$_3$，蓝$_1$)
蓝$_2$	(蓝$_2$，红$_1$)	(蓝$_2$，红$_2$)	(蓝$_2$，黄)	(蓝$_2$，蓝$_1$)

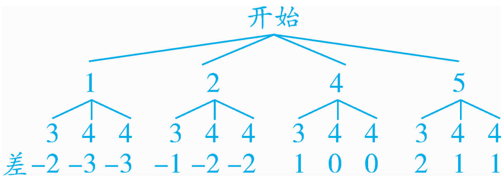
由上表可知，共有8种等可能的结果，其中能配成紫色的结果有3种，

$\therefore P$(配成紫色)$=\frac{3}{8}$.

8. 6　9. $\frac{1}{4}$　10. $\frac{1}{3}$

11. 解：(1)$\frac{1}{4}$.

(2)根据题意画树状图如下：



共有12种等可能的情况，其中差为负数的有6种情况，差为正数的有4种情况，

则 P(小春胜)$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，$P$(小明胜)$=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

$\because \frac{1}{2}>\frac{1}{3}$，$\therefore$ 这个游戏对双方不公平.

可将规则改为：若差为负数，则小春胜；若差为非负数，则小明胜.

12. A

13. 解：(1)由题意可知，随机转一次转盘，共有4种等可能的结果，其中跳回到圈 A 的结果只有1种，

$\therefore$ 跳回到圈 A 的概率 $P_1=\frac{1}{4}$.

(2)列表如下：

第二次＼第一次	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

由表格可知，共有16种等可能的结果，最后跳回到圈 A 的有(1,3)，(2,2)，(3,1)，(4,4)4种情况，

$\therefore$ 最后跳回到圈 A 的概率 $P_2=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

$\therefore$ 她与嘉嘉跳回到圈 A 的可能性一样.

专题十一　[提升]用树状图或表格求概率

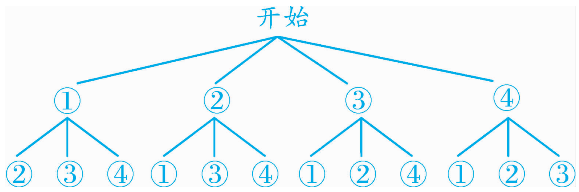
1. D　2. $\frac{5}{9}$　3. $\frac{2}{9}$　4. $\frac{1}{9}$　5. C　6. B　7. $\frac{1}{3}$　8. $\frac{1}{6}$　9. $\frac{2}{3}$　10. $\frac{1}{2}$　11. $\frac{1}{3}$　12. $\frac{1}{3}$

13. (1)$\frac{1}{2}$

解：(1)①或②能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的概率为$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

故答案为$\frac{1}{2}$.

(2)画树状图如下：



由树状图可知，从中任选两个作为已知条件共有12种等可能的结果，能判定四边形 $ABCD$ 是矩形的有①③，②③，③①，③②共4种，能判定四边形 $ABCD$ 是菱形的有①④，②④，④①，④②共4种，

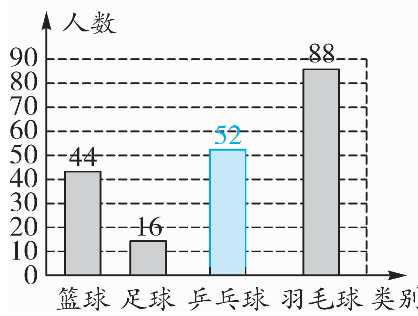
$\therefore$ 能判定四边形 $ABCD$ 是矩形的概率为$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$，能判定四边形 $ABCD$ 是菱形的概率为$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$，

$\therefore$ 能判定四边形 $ABCD$ 是矩形和是菱形的概率相等.

专题十二　[提升]概率与统计综合题

1. (1)200　补全条形统计图如图所示.

喜爱四项球类运动人数条形统计图

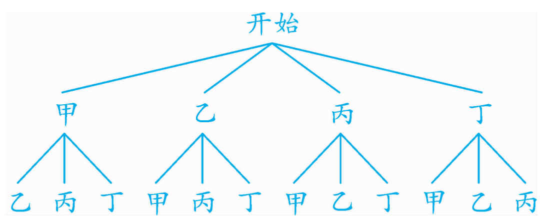


(答案图)

(2)$1\,200\times\frac{52}{200}=312$(名).

答：估计喜欢乒乓球运动的学生有312名.

(3)画树状图如下：



(答案图)

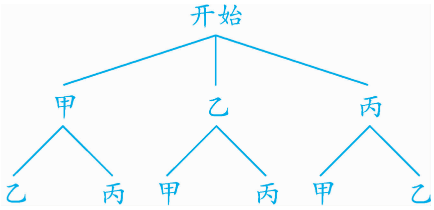
由树状图可知，共有12种等可能的结果，恰好选中甲、乙两名同学的结果有2种，

$\therefore P$(恰好选中甲、乙两名同学) $=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

2. (1)800　40　5　(2)126

(3)用甲、乙、丙分别表示马拉松、半程马拉松和欢乐跑三个项目的冠军.

画树状图如下：



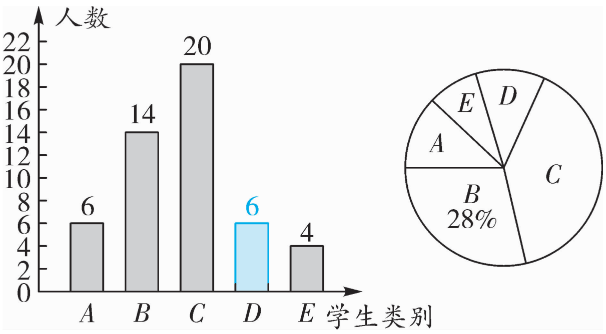
(答案图)

由树状图可知，共有 6 种等可能的结果，恰好抽到马拉松和欢乐跑冠军的结果有 2 种，

$\therefore P$(恰好抽到马拉松和欢乐跑冠军) $=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

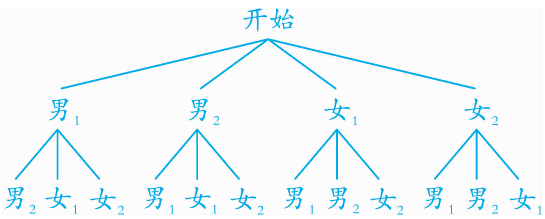
3. (1)50　144°

(2)补全条形统计图如图所示.



(答案图)

(3)画树状图如下：



(答案图)

由树状图可知，共有 12 种等可能的结果，其中恰好抽到 2 名男生的结果有 2 种，

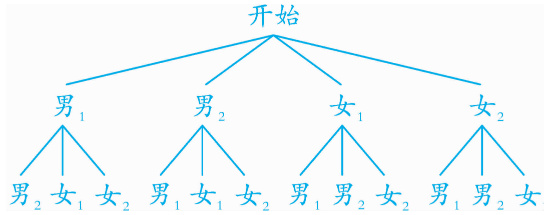
$\therefore P$(恰好抽到 2 名男生) $=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

4. (1)84　84.5　40

(2)九年级更高. 理由如下：

因为九年级成绩的中位数 84.5 高于八年级成绩的中位数 84，所以九年级的学生对人工智能的关注与了解程度更高.（答案不唯一）

(3)画树状图如下：



(答案图)

由树状图可知，共有 12 种等可能的结果，其中恰好是 1 名男同学与 1 名女同学的结果有 8 种，

$\therefore P$(恰好是 1 名男同学与 1 名女同学) $=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

2　用频率估计概率

1. D　2. C　3. C　4. 19　5. 6　0.4　6. 3

7. (1)0.6　(2)0.6　0.4

(3)$\because$ 摸到白球的概率是 0.6，摸到黑球的概率是 0.4，

$\therefore$ 估计口袋中白球有 $20\times0.6=12$(个)，黑球有 $20\times0.4=8$(个).

8. B　9. 3π　10. (1)0.92　(2)$\frac{22}{23}$

11. (1)$\because$ 两个都是盖面朝上的试验次数为 2，试验总次数为 $2+10+28=40$，

$\therefore$ 赢得游戏的试验概率为 $\frac{2}{40}=\frac{1}{20}$.

(2)$\because$ 小明若玩 40 次游戏，可能赢得的钱数为 $5\times\left(\frac{1}{20}\times40\right)$元，需要付出的钱数为 40 元，

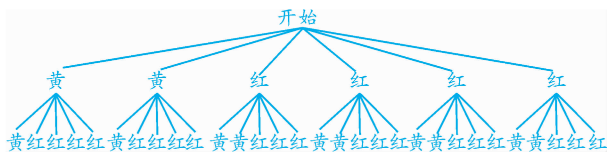
$\therefore 5\times\left(\frac{1}{20}\times40\right)-40=-30$，

$\therefore$ 小明赔了，赔了 30 元.

12. D

13. (1)24　(2)3

(3)画树状图如下：



共有 30 种等可能的结果，其中两次摸到球的颜色相同的结果有 14 种，

则 P(两次摸到球的颜色相同) $=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$.

《概率的进一步认识》章末考点复习与小结

【考点突破】1. D　2. C　3. $\frac{9}{25}$　4. $\frac{1}{4}$

5. 解：(1)该班总人数为 $15\div30\%=50$(人)，

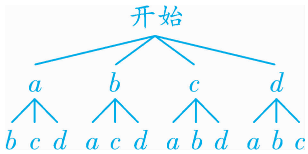
$\therefore$ 参加 C 类活动有

$50\times(1-30\%-28\%-22\%)=10$(人).

答：参加 C 类活动有 10 人.

(2)把 2 名女生分别记为 a，b(其中 a 为王丽)，2 名男生分别记为 c，d.

画树状图如下：

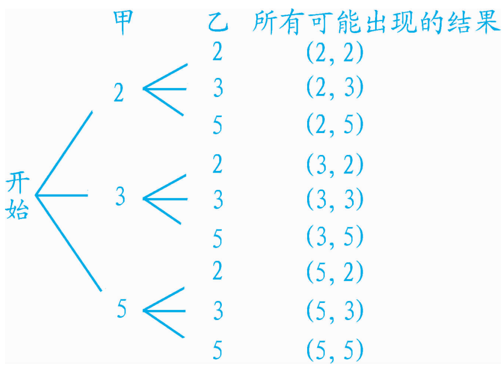


共有 12 种等可能的结果，其中刚好抽中王丽和1 名男生的结果有 4 种，

∴ 刚好抽中王丽和 1 名男生的概率为$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

6. C

7. 解：(1) 画树状图如下：



从树状图可以看出，共有 9 种等可能的结果，其中两人抽取相同数字的结果有 3 种，

∴ P（两人抽取相同数字）$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

(2) 不公平. 解释如下：

从树状图可以看出，两人抽取的数字和为 2 的整数倍的结果有 5 种，为 5 的整数倍的结果有 3 种，

∴ P(甲获胜) $=\frac{5}{9}$，P(乙获胜) $=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

∵ P(甲获胜) $\neq P$(乙获胜)，

∴ 这个游戏不公平.

8. A

9. (1) 295 0.745 (2) 0.6 0.6

(3) 根据题意，可得“手工作品”区域的扇形的圆心角至少还要增加：

$360°\times0.5-360°\times(1-0.6)=36°$.

10. 解：(1) ∵ C 等级频数为 15，占 60%，

∴ $m=15\div60\%=25$.

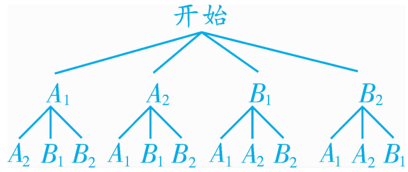
∴ $b=25-15-2-6=2$.

(2) B 等级所在扇形的圆心角的度数为

$\frac{2}{25}\times360°=28.8°$.

(3) 评估成绩不少于 80 分的连锁店中，有两家等级为 A，有两家等级为 B.

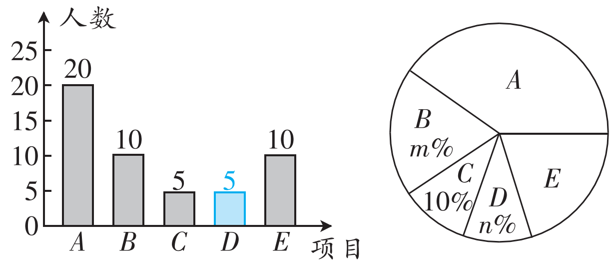
画树状图如下：



由树状图可知，共有 12 种等可能的结果，其中至少有一家是 A 等级的情况有 10 种，

∴ P(至少有一家是 A 等级) $=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$.

11. (1) 50 补全条形统计图如图所示.

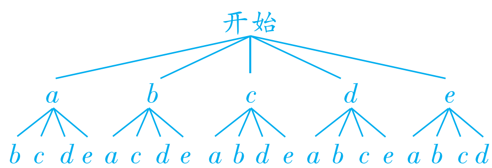


（答案图）

(2) 20 10 144

(3) 把小鹏和小兵分别记为 a，b，其他 3 位同学分别记为 c，d，e.

画树状图如下：



共有 20 种等可能的结果，其中恰好是小鹏和小兵参加比赛的结果有 2 种，

∴ 恰好是小鹏和小兵参加比赛的概率为$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$.

专题十三 [易错]《概率的进一步认识》中的常见错误

1. A 2. $\frac{4}{9}$

3. (1) 2 (2) 列表如下：

	红 1	红 2	白	黑
红 1	——	(红 2，红 1)	(白，红 1)	(黑，红 1)
红 2	(红 1，红 2)	——	(白，红 2)	(黑，红 2)
白	(红 1，白)	(红 2，白)	——	(黑，白)
黑	(红 1，黑)	(红 2，黑)	(白，黑)	——

由表格可知，共有 12 种等可能的结果，其中摸出的球是一个红球和一个白球的结果有 4 种，

∴ P(摸出的球是一个红球和一个白球) $=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

4. C 5. $\frac{2}{9}$ 6. B 7. C 8. $\frac{17}{25}$

第四章 图形的相似

1 成比例线段

第 1 课时： 1. B 2. C 3. D 4. 6 5. 5.25

6. $2\sqrt{5}$(答案不唯一)

7. (1)解:设 $x=k$,则 $y=2k(k\neq0)$,

则$\frac{x}{x+y}=\frac{k}{k+2k}=\frac{1}{3}$.

(2)解:∵ $\frac{a-2b}{b}=2$,∴ $a=4b$,∴ $\frac{a+b}{a}=\frac{4b+b}{4b}=\frac{5}{4}$.

(3)解:∵ $x:y=2:5$,$x:z=\frac{1}{4}:\frac{1}{3}=3:4$,

∴ $x:y=6:15$,$x:z=6:8$,

∴ $x:y:z=6:15:8$.

8. A 9. ①②③④ 10. $\frac{4}{7}$

11. 解:∵ $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$,∴ $\frac{AB}{AC}=\frac{BC-CD}{CD}$.

∵ $AB=6$,$AC=4$,$BC=5$,

∴ $\frac{6}{4}=\frac{5-CD}{CD}$,解得 $CD=2$,

∴ $BD=BC-CD=5-2=3$.

12. 8 或 20

13. 解:(1)∵ $AE=6$,$EC=4$,

∴ $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}=\frac{3}{2}$.

设 $AD=3x$,$DB=2x$.

由 $AD+DB=AB$,得 $5x=12$,

解得 $x=2.4$,∴ $AD=7.2$.

(2)成立. 理由如下:

由(1)可得,$DB=4.8$,则$\frac{DB}{AB}=\frac{4.8}{12}=\frac{2}{5}$.

∵ $AC=AE+EC=10$,

∴ $\frac{EC}{AC}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$,

∴ $\frac{DB}{AB}=\frac{EC}{AC}$.

第 2 课时:1. C 2. A 3. B 4. $-\frac{10}{9}$ 5. (1)$\frac{3}{4}$ (2)$\frac{19}{13}$

6. (1)$\frac{5}{2}$ (2)$\frac{1}{3}$

7. 解:(1)∵ $\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$,∴ $\frac{y}{z}=\frac{3}{4}$,

∴ $\frac{y+z}{z}=\frac{y}{z}+1=\frac{7}{4}$.

(2)设$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=k(k\neq0)$,

则 $x=2k$,$y=3k$,$z=4k$.

∵ $x+y+z=54$,

∴ $2k+3k+4k=54$,解得 $k=6$,

∴ $x=12$,$y=18$,$z=24$.

8. A 9. 四

10. 解:△ABC 为等边三角形. 理由如下:

∵ a,b,c 是△ABC 的三条边,

∴ $a+b+c\neq0$.

∵ $\frac{a-b}{b}=\frac{b-c}{c}=\frac{c-a}{a}$,

∴ $\frac{a-b}{b}=\frac{b-c}{c}=\frac{c-a}{a}=\frac{a-b+b-c+c-a}{a+b+c}=0$,

∴ $a-b=0$,$b-c=0$,$c-a=0$,

∴ $a=b=c$,

∴ △ABC 为等边三角形.

11. (1)解:设 $AD=x$ cm,

则 $BD=AB-AD=(12-x)$cm.

∵ $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$,

∴ $\frac{x}{12-x}=\frac{6}{4}$,解得 $x=7.2$,

经检验,$x=7.2$ 是原分式方程的解,

∴ $AD=7.2$ cm.

(2)证明:∵ $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$,

∴ $\frac{AD+BD}{BD}=\frac{AE+EC}{EC}$,

即$\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{EC}$.

∴ $\frac{BD}{AB}=\frac{EC}{AC}$.

12. 5

13. 解:(1)∵ $b+d=0$,∴ $d=-b$,

∴ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{c}{-b}$,

∴ $a=-c$,即 $a+c=0$.

(2)①当 $a+b+c\neq0$ 时,

$\frac{b+c}{a}=\frac{a+c}{b}=\frac{a+b}{c}=t=\frac{2(a+b+c)}{a+b+c}=2$,

∴ $t^2-t-2=2^2-2-2=0$;

②当 $a+b+c=0$ 时,

$b+c=-a$,$a+c=-b$,$a+b=-c$,

∴ $\frac{-a}{a}=\frac{-b}{b}=\frac{-c}{c}=t=-1$.

∴ $t^2-t-2=(-1)^2-(-1)-2=0$.

综上所述,t^2-t-2 的值为 0.

2 平行线分线段成比例

1. B 2. B 3. D 4. 2 5. 1.2 6. $\frac{16}{5}$

7. 解:∵ 四边形 ABCD 是平行四边形,

∴ $AB/\!/CD$,$AD/\!/BC$,

∴ $EF/\!/AB/\!/CD$,

$FG/\!/DE/\!/BC$,

∴ 四边形 DEFG 是平行四边形,

$\frac{DE}{DA}=\frac{DF}{DB}$,$\frac{DF}{DB}=\frac{DG}{DC}$,

$\therefore DG=EF=4,\dfrac{DE}{DA}=\dfrac{DG}{DC}.$

$\because DE:DA=2:5,$

$\therefore DC=4\times\dfrac{5}{2}=10,$

$\therefore CG=DC-DG=6.$

8. B 9. $\dfrac{5}{3}$ 10. 4

11. 证明：$\because AC/\!/BD,EF/\!/BD,$

$\therefore AC/\!/EF,$

$\therefore \dfrac{BE}{BC}=\dfrac{BF}{AB}.$ ①

又$\because EF/\!/BD,\therefore \dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AF}{AB}.$ ②

①＋②，得$\dfrac{BE}{BC}+\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{BF}{AB}+\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{AB}{AB}=1,$

即$\dfrac{AE}{AD}+\dfrac{BE}{BC}=1.$

12. (1)$\dfrac{8}{3}$ (2)$\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$

13. 解：如答案图，连接 EC，过点 D 作 $DH\perp EC$ 于点 H.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle BAD=\angle BCD=90°,AD=BC=4,AB=CD=5.$

$\because AE=3,\therefore DE=\sqrt{AD^2+AE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5,$

$\therefore DE=DC.$

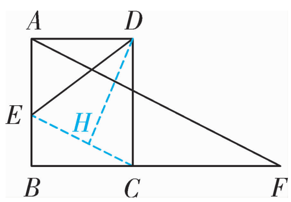
$\because DH\perp EC,\therefore \angle CDH=\angle EDH=\dfrac{1}{2}\angle EDC.$

$\because \angle F=\dfrac{1}{2}\angle EDC,\therefore \angle CDH=\angle F.$

$\because \angle BCE+\angle DCH=90°,\angle DCH+\angle CDH=90°,$

$\therefore \angle BCE=\angle CDH,\therefore \angle BCE=\angle F,\therefore EC/\!/AF,$

$\therefore \dfrac{BE}{AE}=\dfrac{CB}{CF},\therefore \dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{CF},\therefore CF=6.$



(答案图)

3 相似多边形

1. C 2. B 3. B 4. B 5. $\dfrac{16}{3}$

6. (1)101° (2)$\sqrt{2}:2$ (3)$3\sqrt{2}$

7. 解：由题意，得 $A'B'=20+2y,A'D'=30+2x.$

$\because$ 矩形 $A'B'C'D'\backsim$矩形 $ABCD$，

$\therefore A'B':A'D'=AB:AD,$

即$(20+2y):(30+2x)=20:30,\therefore \dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{2}.$

8. B 9. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 10. 1∶3

11. 解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD/\!/BC,AB=CD,$

$\therefore \angle FAE=\angle AEB.$

$\because EF/\!/AB,\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形，

$\therefore EF=AB=6.$

$\because AE$ 平分$\angle BAD$，

$\therefore \angle FAE=\angle BAE,$

$\therefore \angle BAE=\angle AEB,\therefore AB=BE=6.$

$\because$ 四边形 $ABCD\backsim$四边形 $CEFD$，

$\therefore \dfrac{AB}{CE}=\dfrac{BC}{EF}$，即$\dfrac{6}{BC-6}=\dfrac{BC}{6},$

解得 $BC=3+3\sqrt{5}$（负值已舍去），

$\therefore BC=3+3\sqrt{5}.$

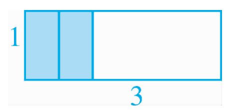
12. C

13. 解：(1)$\because$ 矩形 $ABEF\backsim$矩形 $ADCB,AD=3,AB=1,$

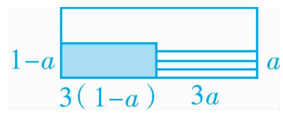
$\therefore \dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AF}{AB}$，即$\dfrac{1}{3}=\dfrac{AF}{1},$

解得 $AF=\dfrac{1}{3},\therefore AF:AD=\dfrac{1}{3}:3=\dfrac{1}{9}.$

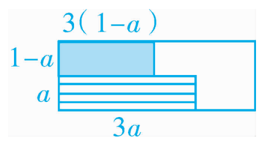
(2)两个小长方形的放置情况有如下几种：



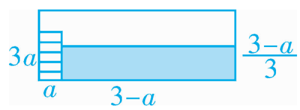
(答案图 1)



(答案图 2)



(答案图 3)



(答案图 4)

①两个小长方形都“竖放”，如答案图 1，此时周长和的最大值为$\left(1+\dfrac{1}{3}\right)\times2\times2=\dfrac{16}{3}$；

②两个小长方形都“横放”，如答案图 2 及答案图 3，此时周长和的最大值为 $2(a+3a)+2[1-a+3(1-a)]=8$；

③两个小长方形一个“横放”，一个“竖放”，如答案图 4，此时周长和为

$2(a+3a)+2\left(3-a+\dfrac{3-a}{3}\right)=8+\dfrac{16a}{3}.$

$\because 0<3a\leqslant1$，即$0<a\leqslant\dfrac{1}{3},$

$\therefore$ 当 $a=\dfrac{1}{3}$时，两个小长方形的周长和最大，最大值为$\dfrac{88}{9}.$

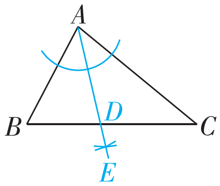
$\because \dfrac{88}{9}>8>\dfrac{16}{3},$

$\therefore$ 这两个小长方形的周长和的最大值为$\dfrac{88}{9}.$

4　探索三角形相似的条件

第 1 课时:1. A　2. D　3. B　4. $\frac{5}{2}$　5. 7

6. (1)



(答案图)

(2)证明:$\because AD$ 平分$\angle BAC$,$\therefore \angle BAC=2\angle BAD$.

$\because \angle BAC=2\angle C$,$\therefore \angle BAD=\angle C$.

又$\because \angle ABD=\angle CBA$,$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle CBA$.

7. 证明:$\because AB=AD$,$\therefore \angle B=\angle ADB$.

又$\because \angle DEC=\angle B$,$\therefore \angle DEC=\angle ADB$,

$\therefore 180°-\angle DEC=180°-\angle ADB$,

即$\angle AED=\angle ADC$.

又$\because \angle DAE=\angle CAD$,$\therefore \triangle AED\backsim\triangle ADC$.

8. B　9. C　10. (1)$\frac{9}{4}$　(2)$\frac{1}{3}$

11. (1)解:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle BCD=90°$,$BC=CD$.

$\because \triangle BCE$ 是等边三角形,

$\therefore \angle BCE=\angle BEC=60°$,$BC=CE$,

$\therefore \angle DCE=90°-60°=30°$,$CD=CE$,

$\therefore \angle CED=\angle CDE=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$,

$\therefore \angle BED=\angle BEC+\angle CED=60°+75°=135°$.

(2)证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle ABC=90°$,$\angle ABD=45°$,$\therefore \angle ABF=90°$,

$\therefore \angle DBF=90°+45°=135°$.

$\because \angle BED=135°$,$\therefore \angle BED=\angle DBF$.

又$\because \angle BDE=\angle BDF$,$\therefore \triangle BDE\backsim\triangle FDB$.

12. $\frac{k^2}{2-k^2}$

13. 解:(1)$\because AB=AC=5$,$BC=6$,$BE=3$,

$\therefore \angle B=\angle C$,$AE\perp BC$,$EC=3$,$\therefore AE=4$.

$\because \triangle ABC\cong\triangle DEF$,$\therefore \angle AEF=\angle B$.

又$\because \angle AEF+\angle CEM=\angle AEC=\angle B+\angle BAE$,

$\therefore \angle CEM=\angle BAE$,$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ECM$,

$\therefore \angle EMC=\angle AEB=90°$,$\frac{AB}{EC}=\frac{BE}{CM}$,

即$\frac{5}{3}=\frac{3}{CM}$,解得 $CM=\frac{9}{5}$,

$\therefore AM=AC-CM=\frac{16}{5}$,$EM=\sqrt{EC^2-CM^2}=\frac{12}{5}$,

$\therefore S_{\triangle AEM}=\frac{1}{2}AM\cdot EM=\frac{96}{25}$.

(2)重叠部分能构成等腰三角形,BE 的长为 1 或$\frac{11}{6}$.

$\because \angle AEF=\angle B=\angle C$,且$\angle AME>\angle C$,

$\therefore \angle AME>\angle AEF$,$\therefore AE\neq AM$.

当 $AE=EM$ 时,$\triangle ABE\cong\triangle ECM$,

$\therefore EC=AB=5$,

$\therefore BE=BC-EC=6-5=1$;

当 $AM=EM$ 时,$\angle MAE=\angle MEA$,

$\therefore \angle MAE+\angle BAE=\angle MEA+\angle CEM$,

即$\angle CAB=\angle CEA$.

又$\because \angle ECA=\angle ACB$,$\therefore \triangle CAE\backsim\triangle CBA$,

$\therefore \frac{EC}{AC}=\frac{AC}{BC}$,即$\frac{EC}{5}=\frac{5}{6}$,解得 $EC=\frac{25}{6}$,

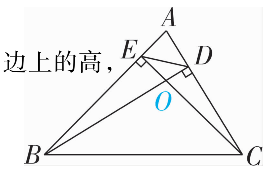
$\therefore BE=BC-EC=\frac{11}{6}$.

综上所述,BE 的长为 1 或$\frac{11}{6}$.

第 2 课时:1. C　2. C　3. B　4. $\angle B=\angle E$(答案不唯一)

5. 3　6. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 证明:记 BD 与 CE 交于点 O.



(答案图)

$\because BD$,CE 分别是 AC,AB 边上的高,

$\therefore \angle ADB=\angle AEC=90°$.

$\because \angle A=\angle A$,

$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle ACE$.

$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$.$\therefore \frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$.

又$\because \angle A=\angle A$,$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ADE$.

8. B　9. $\frac{12}{5}$ s 或$\frac{6}{7}$ s　10. $\frac{25}{8}$或$\frac{20}{7}$

11. 证明:(1)$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle B=\angle C=45°$,$\therefore \angle 1+\angle 2=135°$.

$\because \triangle DEF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle 3=45°$,$\therefore \angle 1+\angle 4=135°$,$\therefore \angle 2=\angle 4$.

又$\because \angle B=\angle C$,$\therefore \triangle BEM\backsim\triangle CNE$.

(2)同(1)可得$\triangle BEM\backsim\triangle CNE$,$\therefore \frac{BE}{CN}=\frac{EM}{NE}$.

$\because BE=EC$,$\therefore \frac{EC}{CN}=\frac{EM}{NE}$,$\therefore \frac{EC}{EM}=\frac{CN}{NE}$.

又$\because \angle ECN=\angle MEN=45°$,$\therefore \triangle ECN\backsim\triangle MEN$.

12. $(0,3)$或$\left(\frac{7}{4},0\right)$或$(4,0)$

13. (1)证明:①$\because AE^2=OE\cdot BE$,$\therefore \frac{OE}{AE}=\frac{AE}{BE}$.

又$\because \angle AEO=\angle BEA$,

$\therefore \triangle AEO\backsim\triangle BEA$,$\therefore \angle EAD=\angle ABE$.

②$\because AB=AD$,$\therefore \angle ABD=\angle ADB$.

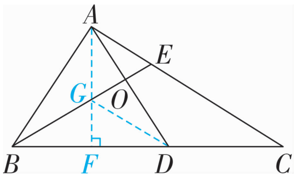
$\because \angle ABD=\angle ABE+\angle CBE$,

$\angle ADB=\angle EAD+\angle C$,

由①知,$\angle EAD=\angle ABE$,

$\therefore \angle CBE=\angle C$,$\therefore BE=EC$.

(2)解：如答案图，过点 A 作 $AF\perp BD$ 于点 F，交 BE 于点 G，连接 GD.



（答案图）

$\because AB=AD, AF\perp BD$，

$\therefore BF=FD$，即 AF 为 BD 的垂直平分线，

$\therefore GB=GD$，$\therefore \angle GBC=\angle GDB$.

由(1)②知，$\angle CBE=\angle C$，$\therefore \angle GDB=\angle C$，

$\therefore GD/\!/EC$，$\therefore \triangle BGD\backsim\triangle BEC$，$\therefore \frac{GD}{EC}=\frac{BD}{BC}$.

$\because BD:CD=4:3$，$EC=8$，

$\therefore \frac{GD}{EC}=\frac{BD}{BC}=\frac{4}{7}$，$\therefore GD=\frac{32}{7}$.

$\because BD:CD=4:3$，$BF=FD$，$\therefore FD:DC=2:3$，

$\therefore \frac{FD}{FC}=\frac{2}{5}$.

$\because GD/\!/EC$，$\therefore \triangle FGD\backsim\triangle FAC$，

$\therefore \frac{GD}{AC}=\frac{FD}{FC}$，即 $\frac{\frac{32}{7}}{AC}=\frac{2}{5}$，$\therefore AC=\frac{80}{7}$，

$\therefore AE=AC-EC=\frac{80}{7}-8=\frac{24}{7}$.

第 3 课时：1. A　2. C　3. B　4. C5. $\sqrt{2}$　6. 不一定

7. 解：(1) $\angle BAE$ 与 $\angle CAD$ 相等. 理由如下：

$\because \frac{AB}{AE}=\frac{BC}{ED}=\frac{AC}{AD}$，$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle AED$，

$\therefore \angle BAC=\angle EAD$，$\therefore \angle BAE=\angle CAD$.

(2) $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 相似. 理由如下：

$\because \frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$，$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}$.

又 $\because \angle BAE=\angle CAD$，$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ACD$.

8. D　9. ①④　10. 3 或 2. 4

11. (1)证明：$\because AB=AC, AD\perp BC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB, BD=CD$，

$\therefore AD$ 垂直平分 BC，$\therefore BP=CP$，

$\therefore \angle PBC=\angle PCB$，$\therefore \angle ABP=\angle ACP$.

$\because AB/\!/CF$，$\therefore \angle ABP=\angle F$，$\therefore \angle F=\angle ACP$.

又 $\because \angle EPC=\angle CPF$，$\therefore \triangle PCE\backsim\triangle PFC$，

$\therefore \frac{PC}{PF}=\frac{PE}{PC}$，$\therefore \frac{PC}{PE}=\frac{PF}{PC}$.

$\because PB=PC$，$\therefore \frac{PB}{PE}=\frac{PF}{PB}$.

(2)解：成立. 理由如下：

同(1)可证 $PB=PC$，$\angle ABP=\angle ACP$.

$\because CF/\!/AB$，$\therefore \angle CFE=\angle ABP$，

$\therefore \angle ACP=\angle CFE$，$\therefore \angle ECP=\angle CFP$.

又 $\because \angle CPF=\angle EPC$，$\therefore \triangle CPF\backsim\triangle EPC$，$\therefore \frac{PC}{PE}=\frac{PF}{PC}$.

$\because PB=PC$，$\therefore \frac{PB}{PE}=\frac{PF}{PB}$.

12. C

13. (1) $\frac{3}{2}$

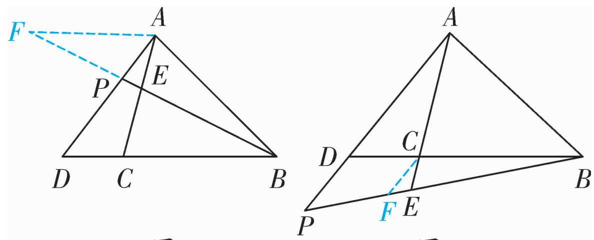
(2)解：①如图 3，过点 A 作 $AF/\!/BC$，交 BP 的延长线于点 F，

$\therefore \triangle AFE\backsim\triangle CBE$，$\therefore \frac{AF}{BC}=\frac{AE}{EC}=\frac{3}{2}$.

设 $AF=3x$，则 $BC=2x$.

$\because \frac{DB}{BC}=\frac{4}{3}$，$\therefore BD=\frac{8}{3}x$.

$\because AF/\!/BD$，$\therefore \triangle AFP\backsim\triangle DBP$，$\therefore \frac{AP}{PD}=\frac{AF}{BD}=\frac{9}{8}$.



（答案图）

②如图 4，过点 C 作 $CF/\!/AP$ 交 PB 于点 F，

$\therefore \triangle BDP\backsim\triangle BCF$，$\therefore \frac{DB}{BC}=\frac{PD}{CF}=\frac{4}{3}$.

设 $CF=3x$，则 $PD=4x$.

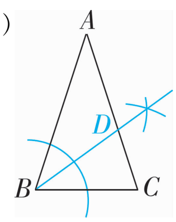
$\because CF/\!/AP$，$\therefore \triangle EAP\backsim\triangle ECF$，

$\therefore \frac{AE}{EC}=\frac{AP}{CF}=\frac{7}{2}$，$\therefore AP=\frac{21}{2}x$，$\therefore \frac{AP}{DP}=\frac{\frac{21x}{2}}{4x}=\frac{21}{8}$.

第 4 课时：1. B　2. C　3. A　4. A　5. $(2\sqrt{5}-2)$

6. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

7. (1)



（答案图）

(2)证明：在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=36^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=72^\circ$.

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD=36^\circ=\angle A$，

$\therefore AD=BD$，$\angle BDC=72^\circ=\angle ACB$，

$\therefore BD=BC$，$\therefore AD=BD=BC$.

$\because \angle BCD=\angle ACB$，$\angle CBD=\angle CAB$，

$\therefore \triangle BCD\backsim\triangle ACB$，

$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{DC}{BC}$，$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{CD}{AD}$，

$\therefore$ 点 D 为线段 AC 的黄金分割点.

8. B　9. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　10. $\sqrt{5}-2$

11. 解:(1)点 C 是线段 DE 的黄金分割点. 理由如下:

$\because D,E$ 分别是 AC,BC 的中点,

$\therefore AC=2DC,BC=2CE$,

$\therefore AB=AC+BC=2DC+2CE=2DE.$

$\because$ 点 C 是线段 AB 的黄金分割点,

$\therefore \frac{BC}{AB}=\frac{AC}{BC},\therefore BC^2=AB\cdot AC$,

$\therefore (2CE)^2=(2DE)\cdot(2DC)$,

$\therefore CE^2=DE\cdot DC$,即$\frac{CE}{DE}=\frac{DC}{CE}$,

$\therefore$ 点 C 是线段 DE 的黄金分割点.

(2)由(1)知,$DE=\frac{1}{2}AB=50$ cm.

$\because \frac{CE}{DE}=\frac{DE-DC}{DE}=\frac{\sqrt{5}-1}{2},\therefore \frac{DC}{DE}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore DC=\frac{3-\sqrt{5}}{2}DE=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\times 50=(75-25\sqrt{5})$cm.

12. D

13. 解:$\because$ 点 D 是 AB 的一个黄金分割点,$AD>BD$,

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{BD}{AD}.$

$\because AC=BC,AD=AC,\therefore AD=BC,\therefore \frac{BC}{AB}=\frac{BD}{BC}.$

又$\because \angle B=\angle B$,

$\therefore \triangle DBC\backsim\triangle CBA,\therefore \angle DCB=\angle A.$

$\because AC=BC,\therefore \angle A=\angle B=\angle BCD.$

设$\angle A=2x$,则$\angle ADC=\angle B+\angle BCD=4x.$

又$\because \angle ADC=\frac{180°-\angle A}{2}=90°-x$,

$\therefore 90°-x=4x$,解得 $x=18°,\therefore \angle A=36°.$

*5　相似三角形判定定理的证明

1. D　2. B　3. A　4. D

5. $\angle A=\angle D$(答案不唯一)　6. 1

7. 证明:$\because AD\perp BC,\therefore \angle ADB=90°=\angle BAC.$

$\because \angle CBA=\angle ABD,\therefore \triangle CBA\backsim\triangle ABD$,

$\therefore \frac{AB}{BD}=\frac{AC}{AD},\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{AD}.$

$\because E$ 是 AC 的中点,$\therefore ED=EC=AE$,

$\therefore \angle C=\angle CDE.$

$\because \angle CDE=\angle BDF,\therefore \angle C=\angle BDF.$

$\because \angle C+\angle CAD=90°=\angle BAD+\angle CAD$,

$\therefore \angle C=\angle BAD,\therefore \angle BDF=\angle BAD.$

$\because \angle DFB=\angle AFD,\therefore \triangle FDB\backsim\triangle FAD$,

$\therefore \frac{BD}{AD}=\frac{DF}{AF},\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{DF}{AF},\therefore AB\cdot AF=AC\cdot DF.$

8. D　9. $\frac{3}{5}$　10. $\frac{9}{4}$

11. (1)证明:$\because AB=AC,\angle BAC=120°$,

$\therefore \angle B=\angle C=30°.$

$\because \angle AEB=\angle C+\angle CAE=30°+\angle CAE$,

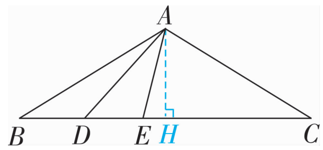
$\angle DAC=\angle DAE+\angle CAE=30°+\angle CAE$,

$\therefore \angle AEB=\angle DAC.$

又$\because \angle B=\angle C,\therefore \triangle BAE\backsim\triangle CDA$,

$\therefore \frac{AB}{DC}=\frac{BE}{CA}=\frac{BE}{AB},\therefore AB^2=DC\cdot BE.$

(2)解:如答案图,过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H.



(答案图)

$\because AB=AC=6\sqrt{3}$,

$\therefore BH=CH.$

$\because \angle B=30°$,

$\therefore AH=\frac{1}{2}AB=3\sqrt{3}.$

$\therefore BH=\sqrt{3}AH=9.\therefore BC=2BH=18.$

$\because BD=4,\therefore CD=14.$

由(1)知,$AB^2=DC\cdot BE$,

$\therefore (6\sqrt{3})^2=14(4+DE),\therefore DE=\frac{26}{7}.$

12. A

13. (1)①证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore DA=DC,\angle ADC=\angle DAE=\angle BCD=90°$,

$\therefore \angle ADC=\angle MDN,\angle DCF=90°=\angle DAE$,

$\therefore \angle ADE=\angle CDF$,

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle CDF(ASA),\therefore AE=CF.$

②证明:$\because \triangle ADE\cong\triangle CDF,\therefore DE=DF.$

$\because \angle MDN=90°,\therefore \angle DEF=45°.$

$\because \angle DAC=45°,\therefore \angle DAQ=\angle PEQ.$

又$\because \angle AQD=\angle EQP,\therefore \triangle AQD\backsim\triangle EQP$,

$\therefore \frac{AQ}{EQ}=\frac{DQ}{PQ},\therefore \frac{AQ}{DQ}=\frac{EQ}{PQ}.$

又$\because \angle AQE=\angle DQP,\therefore \triangle AQE\backsim\triangle DQP$,

$\therefore \angle QDP=\angle QAE=45°$,

$\therefore \angle DPE=90°,\therefore DP\perp EF.$

$\because DE=DF,\therefore PE=PF,\therefore DP$ 垂直平分 EF.

(2)解:PQ 的长为$\frac{17\sqrt{2}}{10}$或$\frac{17\sqrt{2}}{6}$.

提示:分点 E 在线段 AB 上和点 E 在 BA 的延长线上两种情况讨论.

6　利用相似三角形测高

1. C　2. B　3. C　4. 6.5　5. 18.2　6. 3　7. 8　8. A

9. C　10. 8.25

11. 解:如图,过点 E 作 $EG\perp BC$ 于点 G.

$\because DE/\!/BC,\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ADE$,

$\therefore \frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}=\frac{150}{240}=\frac{5}{8},\therefore \frac{AC}{CE}=\frac{5}{3}.$

$\because AF\perp BC,EG\perp BC$,

$\therefore AF // EG$，$\therefore \triangle ACF \backsim \triangle ECG$，

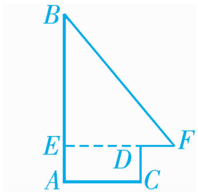
$\therefore \dfrac{AF}{EG}=\dfrac{AC}{EC}$，即$\dfrac{AF}{66}=\dfrac{5}{3}$，$\therefore AF=110$ m，

$\therefore$ 桥 AF 的长度为 110 m.

12. 54

13. (1)5 (2)4.2

(3)如答案图，



(答案图)

过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E，

则 $CD=AE=0.3$ m，$DF=0.3$ m，

$DE=AC=4.5$ m，

$\therefore EF=4.5+0.3=4.8$(m)，

$\therefore \dfrac{BE}{EF}=\dfrac{1}{0.8}$，即$\dfrac{BE}{4.8}=\dfrac{1}{0.8}$，

$\therefore BE=6$ m，

$\therefore AB=BE+AE=6+0.3=6.3$(m)，

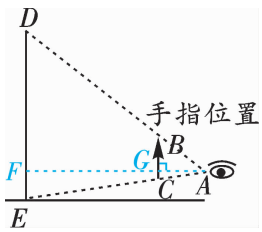
$\therefore$ 丙树的高度为 6.3 m.

7 相似三角形的性质

第 1 课时：1. B 2. B 3. C 4. 4.5 5. 4.8

6. 24 cm，80 cm

7. 解：如答案图，过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G，并延长交 DE 于点 F.



(答案图)

$\because BC // DE$，

$\therefore AF \perp DE$，$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AF}{AG}$.

$\because AF=200$ m，$BC=0.08$ m，$AG=0.4$ m，

$\therefore DE=\dfrac{AF \cdot BC}{AG}=40$ m，

即敌方建筑物 DE 的高度为 40 m.

8. C 9. $\sqrt{2}$ 10. 10

11. 解：图 1 的加工方法符合要求. 理由如下：

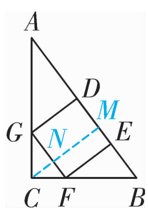
设图 1 加工桌面长 x m.

$\because DF // BC$，$\therefore \text{Rt}\triangle AFD \backsim \text{Rt}\triangle ACB$，

$\therefore \dfrac{AF}{AC}=\dfrac{DF}{BC}$，即$\dfrac{4-x}{4}=\dfrac{x}{3}$，解得 $x=\dfrac{12}{7}$.

设图 2 加工桌面长 y m.

如答案图，过点 C 作 $CM \perp AB$，垂足为 M，CM 与 GF 交于点 N.



(答案图)

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，$AC=4$ m，$BC=3$ m，

$\therefore AB=5$ m，$\therefore CM=\dfrac{AC \cdot BC}{AB}=2.4$ m.

$\because GF // DE$，$\therefore \triangle CGF \backsim \triangle CAB$，

$\therefore \dfrac{CN}{CM}=\dfrac{GF}{AB}$，即$\dfrac{2.4-y}{2.4}=\dfrac{y}{5}$，解得 $y=\dfrac{60}{37}$.

$\because \dfrac{12}{7}=\dfrac{60}{35}>\dfrac{60}{37}$，$\therefore x^2>y^2$，

$\therefore$ 图 1 的加工方法符合要求.

12. $\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$

13. (1)证明：$\because AC$ 平分 $\angle DAB$，$\therefore \angle DAC=\angle BAC$.

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 中，$\begin{cases} AC=AC, \\ \angle DAC=\angle BAC, \\ AD=AB, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC$(SAS)，$\therefore CD=CB$.

$\because CE \perp AB$，$EF=EB$，$\therefore CF=CB$，$\therefore CD=CF$.

(2)解：$\because \triangle DGC \backsim \triangle ADC$，

$\therefore \angle DGC=\angle ADC$.

$\because \angle ADC=2\angle HAG$，$\therefore \angle DGC=2\angle HAG$.

$\because \angle DGC=\angle HAG+\angle AHG$，

$\therefore \angle AHG=\angle HAG$，$\therefore AG=GH$.

$\because \angle CDG=\angle DAC=\angle FAG$，$\angle DGC=\angle AGF$，

$\therefore \triangle DGC \backsim \triangle AGF$，$\therefore \triangle AGF \backsim \triangle ADC$，

$\therefore \dfrac{FG}{AG}=\dfrac{CD}{AD}=\dfrac{3}{5}$，$\therefore \dfrac{FG}{GH}=\dfrac{3}{5}$.

第 2 课时：1. B 2. B 3. B 4. $\dfrac{1}{9}$ 5. 40 6. $\dfrac{1}{4}$

7. 解：由题意可知，$EH // FG // BC$，

$\therefore \triangle AEH \backsim \triangle AFG$，$\triangle AEH \backsim \triangle ABC$.

$\because AE=EF=BF$，

$\therefore \dfrac{AE}{AF}=\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle AEH}}{S_{\triangle AFG}}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{S_{\triangle AEH}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}$，

$\therefore S_{\triangle AFG}=4S_{\triangle AEH}$，$S_{\triangle ABC}=9S_{\triangle AEH}$，

设 $S_{\triangle AEH}=x$，则 $S_{\triangle AFG}=4x$，$S_{\triangle ABC}=9x$，

$\therefore S_{阴}=4x-x=12$，解得 $x=4$，

$\therefore S_{四边形BCGF}=9x-4x=20$.

8. B 9. $\dfrac{25}{49}$ 10. 1∶3

11. 解：(1)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD // BC$，$AD=BC$，$OB=OD$，

$\therefore \triangle DMN \backsim \triangle BCN$，$\therefore \dfrac{DM}{BC}=\dfrac{DN}{BN}$.

$\because DM=2MA$，$\therefore DM=\dfrac{2}{3}AD=\dfrac{2}{3}BC$，

$\therefore \dfrac{DN}{BN}=\dfrac{2}{3}$，$\therefore \dfrac{DN}{BD}=\dfrac{2}{5}$，$\therefore \dfrac{DN}{OD}=\dfrac{4}{5}$，$\therefore \dfrac{ON}{OD}=\dfrac{1}{5}$.

$\because ON=1$，$\therefore OD=5$，$\therefore BD=10$.

(2)由(1)可得 $\triangle DMN \backsim \triangle BCN$，$\dfrac{DM}{BC}=\dfrac{DN}{BN}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle DMN}}{S_{\triangle BCN}}=\left(\dfrac{DM}{BC}\right)^2=\dfrac{4}{9}$.

$\because S_{\triangle DMN}=4$，$\therefore S_{\triangle BCN}=9$，$\therefore S_{\triangle DCN}=9\times\dfrac{2}{3}=6$，

$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle BCD}=S_{\triangle BCN}+S_{\triangle DCN}=15$，

$\therefore S_{四边形ABNM}=S_{\triangle ABD}-S_{\triangle DMN}=15-4=11$.

12. B

13. 解：(1) $\triangle ABC$ 为直角三角形. 理由如下：

$\because x^2-3x+2=(x-1)(x-2)=0$,

$\therefore x_1=1, x_2=2$.

$\because OB>OA, \therefore OA=1, OB=2$.

$\because OC=4, \therefore OB^2=OA\cdot OC$，即$\frac{OA}{OB}=\frac{OB}{OC}$.

又$\because \angle AOB=\angle BOC=90°$,

$\therefore \triangle AOB\backsim\triangle BOC$,

$\therefore \angle ABO=\angle BCO$,

则$\angle ABC=\angle ABO+\angle OBC=\angle BCO+\angle OBC=90°$,

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

(2) 如答案图 1，过点 P 作 $PD\perp AC$ 于点 D.

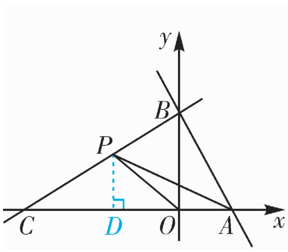
$\because OB=2, OC=4, \therefore BC=2\sqrt{5}$.

$\because PC=t, PD// OB, \therefore \triangle CDP\backsim\triangle COB$,

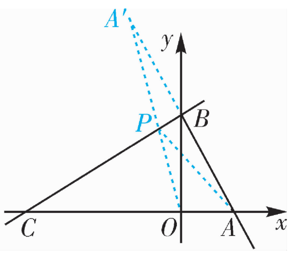
$\therefore \frac{PD}{OB}=\frac{PC}{BC}$，即$\frac{PD}{2}=\frac{t}{2\sqrt{5}}$,

$\therefore PD=\frac{2t}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}t$,

$\therefore S=\frac{1}{2}OA\cdot PD=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{5}}{5}t=\frac{\sqrt{5}}{10}t$.



(答案图 1)



(答案图 2)

(3) 易得直线 BC 的表达式为 $y=\frac{1}{2}x+2$.

如答案图 2，延长 AB 至点 A'，使 $BA'=AB$，连接$A'O$，交 BC 于点 P，连接 AP.

易得 $AP=A'P$，则此时$\triangle AOP$ 的周长最小.

易得 $A'(-1,4)$,

$\therefore$ 直线 OA'的表达式为$y=-4x$.

联立$\begin{cases}y=-4x,\\ y=\frac{1}{2}x+2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-\frac{4}{9},\\ y=\frac{16}{9},\end{cases}$

$\therefore P\left(-\frac{4}{9},\frac{16}{9}\right)$.

$\therefore S=\frac{1}{2}OA\cdot y_P=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{16}{9}=\frac{8}{9}$.

由$\frac{\sqrt{5}}{10}t=\frac{8}{9}$，解得 $t=\frac{16\sqrt{5}}{9}$,

$\therefore \triangle AOP$ 的周长最小时点 P 运动的时间为$\frac{16\sqrt{5}}{9}$ s.

专题十四 [提升]相似三角形中的基本模型

1. C 2. $4\sqrt{5}$ $\frac{24}{5}$或$\frac{64}{11}$

3. 证明：$\because EF\cdot DF=CF\cdot BF, \therefore \frac{EF}{BF}=\frac{CF}{DF}$.

又$\because \angle F=\angle F$,

$\therefore \triangle EFC\backsim\triangle BFD$,

$\therefore \angle CEF=\angle B$.

$\because \angle CEF=\angle AED, \therefore \angle B=\angle AED$.

又$\because \angle A=\angle A, \therefore \triangle CAB\backsim\triangle DAE$.

4. D 5. B 6. 6∶4∶5 7. ①③ 8. A 9. $3\sqrt{2}$

10. (1) 证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AC\perp BD, \angle BAD=90°$,

$\angle ADB=\angle BDC=45°$.

$\because \angle FGE=\angle BGO=45°, \therefore \angle BGO=\angle BDE$.

又$\because \angle GBO=\angle DBE, \therefore \triangle GBO\backsim\triangle DBE$,

$\therefore \frac{BG}{BD}=\frac{BO}{BE}$，即 $BO\cdot BD=BG\cdot BE$.

$\because \angle ABO=\angle DBA, \angle BOA=\angle BAD=90°$,

$\therefore \triangle ABO\backsim\triangle DBA, \therefore \frac{BO}{AB}=\frac{AB}{BD}$，即 $BO\cdot BD=AB^2$,

$\therefore AB^2=BG\cdot BE$.

(2) 解：$AG\perp BE$，理由如下：

$\because AB^2=BG\cdot BE, \therefore \frac{AB}{BE}=\frac{BG}{AB}$.

又$\because \angle ABG=\angle EBA, \therefore \triangle ABG\backsim\triangle EBA$,

$\therefore \angle BGA=\angle BAE=90°, \therefore AG\perp BE$.

11. C 12. 10

13. (1) 是

(2) 解：点 C 是四边形 $ABED$ 的边 DE 上的“相似点”. 理由如下：

$\because \angle ACB=90°, \therefore \angle ACD+\angle ECB=90°$.

$\because AD\perp DE, BE\perp DE, \therefore \angle ADC=\angle BEC=90°$,

$\therefore \angle ACD+\angle CAD=90°$,

$\therefore \angle DAC=\angle ECB, \therefore \triangle ADC\backsim\triangle CEB$,

$\therefore$ 点 C 是四边形 $ABED$ 的边 DE 上的“相似点”.

(3) 证明：$\because DP$ 平分$\angle ADC$,

$\therefore \angle ADP=\angle PDC=\frac{1}{2}\angle ADC$.

$\because CP$ 平分$\angle BCD, \therefore \angle BCP=\angle PCD=\frac{1}{2}\angle BCD$.

$\because AD// BC, \therefore \angle ADC+\angle BCD=180°$,

$\therefore \angle PDC+\angle PCD=90°, \therefore \angle DPC=90°$.

$\because AB\perp AD, \therefore \angle A=\angle DPC=90°$.

$\because \angle ADP=\angle PDC, \therefore \triangle ADP\backsim\triangle PDC$.

同理可得$\triangle PDC\backsim\triangle BPC$,

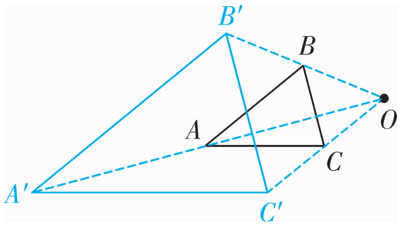
$\therefore \triangle ADP\backsim\triangle PDC\backsim\triangle BPC$,

$\therefore$ 点 P 是四边形 $ABCD$ 的边 AB 上的一个“强相似点”.

8　图形的位似

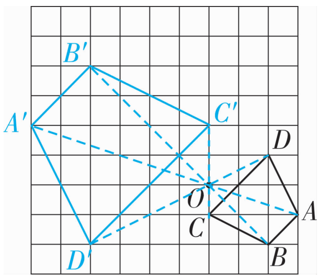
第 1 课时： 1. D　2. B　3. A　4. 4　5. P

6. 解：如答案图，$\triangle A'B'C'$即为所求作.（答案不唯一）



（答案图）

7. (1)

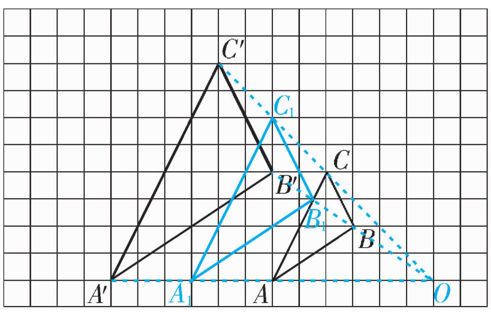


（答案图）

(2) $6\sqrt{2}$　10

8. C　9. C　10. 9

11. (1) 如图，点 O 即为所求作的位似中心.



（答案图）

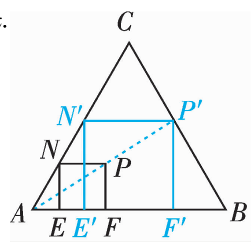
(2) 相似比为 1∶2.

(3) 如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求作的图形.

12. 4 或 2

13. 解：(1) 如答案图，正方形 $E'F'P'N'$ 即为所求作的图形.

(2) 设正方形 $E'F'P'N'$的边长为 x.



（答案图）

∵ $\triangle ABC$ 为正三角形，

∴ $AE' = BF' = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

∵ $E'F' + AE' + BF' = AB$，

∴ $x + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = 3 + \sqrt{3}$，

解得 $x = 3\sqrt{3} - 3$，

∴ 正方形 $E'F'P'N'$的边长为 $3\sqrt{3} - 3$.

(3) 设正方形 $DEMN$，正方形 $EFPH$ 的边长分别为 m, n ($m \geqslant n$)，它们的面积和为 S，则 $S = m^2 + n^2$.

∵ $AD + DE + EF + BF = AB$，

即 $\frac{\sqrt{3}}{3}m + m + n + \frac{\sqrt{3}}{3}n = 3 + \sqrt{3}$，

化简得 $m + n = 3$，

∴ $S = m^2 + (3 - m)^2 = 2m^2 - 6m + 9$

$= 2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$.

由(2)可得 $0 < m \leqslant 3\sqrt{3} - 3$.

由 $m \geqslant n$，得 $m \geqslant 3 - m$，

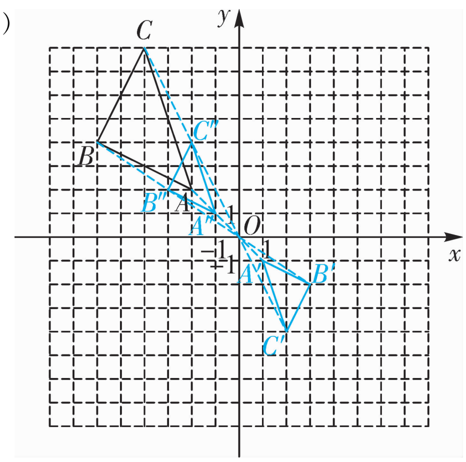
∴ $\frac{3}{2} \leqslant m \leqslant 3\sqrt{3} - 3$.

∴ 当 $m = \frac{3}{2}$时，$S_{最小} = \frac{9}{2}$；

当 $m = 3\sqrt{3} - 3$ 时，$S_{最大} = 99 - 54\sqrt{3}$.

第 2 课时： 1. A　2. D　3. B　4. 4　5. 9　6. 12

7. (1)



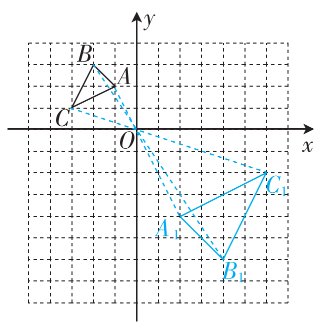
（答案图）

(2) 2∶1

8. B　9. $(6 - 2a, -2b)$

10. (4,3) 或 (−8, −3)

11. 解：(1) 如答案图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求作.



（答案图）

(2) $S_{\triangle A_1B_1C_1} = 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 6$.

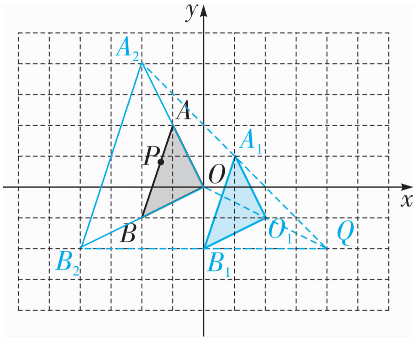
故答案为 6.

(3) $(-2a, -2b)$

12. $(-3, 0)$ 或 $\left(\frac{11}{3}, \frac{4}{3}\right)$

13. 解：(1) 如图所示，$\triangle O_1A_1B_1$ 即为所求作.

点 $A_1(1,1)$，$P_1(m+2, n-1)$.



（答案图）

（2）如图所示，$\triangle OA_2B_2$ 即为所求作.

点 $A_2(-2,4)$，$P_2(2m,2n)$.

（3）如图，$\triangle O_1A_1B_1$ 与 $\triangle OA_2B_2$ 是关于某一点 Q 为位似中心的位似图形，点 $Q(4,-2)$.

《图形的相似》章末考点复习与小结

【知识网络】$ad=bc$　$\frac{a}{b}$　分别相等　成比例　分别相等　成比例　两角　成比例　夹角　三边　$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　0.618　相似比　相似比的平方　**【考点突破】**1. C　2. 1　（2）$\frac{13}{6}$　（3）3　3. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}a$　4. A　5. $\frac{1}{4}$　（2）2　6. D　7. B　8. C

9. $\triangle CBA\backsim\triangle ABD$　10.（1）24　（2）$\left(\frac{32}{5},\frac{6}{5}\right)$或$(4,3)$

11. 证明：$\because$ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，$\therefore$ $\angle BAD=\angle CAD$.

$\because$ EF 是 AD 的垂直平分线，

$\therefore$ $AE=DE$，

$\therefore$ $\angle EAD=\angle EDA$.

$\because$ $\angle EAC=\angle EAD-\angle CAD$，

$\angle B=\angle ADE-\angle BAD$，

$\therefore$ $\angle B=\angle EAC$.

又$\because$ $\angle AEB=\angle CEA$，

$\therefore$ $\triangle BAE\backsim\triangle ACE$.

12.（1）证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ $AB/\!/DC$，$AD/\!/BC$，

$\therefore$ $\triangle GDF\backsim\triangle ABF$，

$\triangle AFD\backsim\triangle EFB$，

$\therefore$ $\frac{DF}{BF}=\frac{FG}{AF}$，$\frac{AF}{EF}=\frac{DF}{BF}$，$\therefore$ $\frac{FG}{AF}=\frac{AF}{EF}$，

$\therefore$ $AF^2=EF\cdot FG$.

（2）解：由（1）知，$AF^2=EF\cdot FG=\frac{3}{2}\times\frac{8}{3}=4$，

$\therefore$ $AF=2$.

$\because$ $\triangle EFB\backsim\triangle AFD$，$\therefore$ $\frac{BE}{AD}=\frac{EF}{AF}=\frac{\frac{3}{2}}{2}=\frac{3}{4}$.

又$\because$ $AD=BC$，$\therefore$ $\frac{BE}{EC}=\frac{3}{4-3}=3$.

13. D　14. C

15. 解：根据题意，得$\angle NAM=\angle BAC$，$\angle ANM=\angle ABC=90°$，

$\therefore$ $\text{Rt}\triangle AMN\backsim\text{Rt}\triangle ACB$，$\therefore$ $\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AB}$.

同理可得，$\text{Rt}\triangle MND\backsim\text{Rt}\triangle FED$，

$\therefore$ $\frac{MN}{EF}=\frac{DN}{DE}$.

$\because$ $BC=EF$，$\therefore$ $\frac{AN}{AB}=\frac{DN}{DE}$，即$\frac{AN}{1}=\frac{15+AN}{1.6}$，

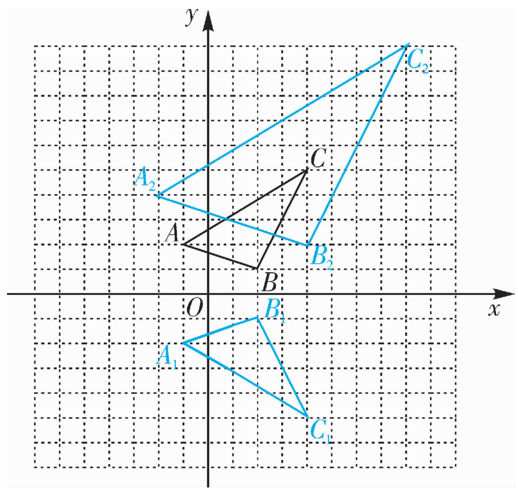
解得 $AN=25$ m，

$\therefore$ $\frac{MN}{1.74}=\frac{25}{1}$，解得 $MN=43.5$ m.

答：塔的高度 MN 为 43.5 m.

16. D　17.（1）1∶3　（2）$(1,0)$或$\left(-\frac{7}{2},-\frac{3}{2}\right)$

18. 解：（1）如图所示，$\triangle A_1B_1C_1$ 就是所求作的三角形.



（答案图）

（2）如图所示，$\triangle A_2B_2C_2$ 就是所求作的三角形.

（3）$S_{\triangle ABC}=4\times5-\frac{1}{2}\times1\times3-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times3\times5=7$.

$\because$ $\triangle A_2B_2C_2\backsim\triangle ABC$，且相似比为 2，

$\therefore$ $S_{\triangle A_2B_2C_2}=4S_{\triangle ABC}=28$.

19. C

20.（1）证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore$ $AB=BC$，$\angle DAB=\angle ABC=90°$.

$\because$ $\triangle PBC\backsim\triangle PAM$，$\therefore$ $\angle PBC=\angle PAM$，$\frac{PA}{PB}=\frac{AM}{BC}$.

$\because$ $\angle PBC+\angle PBA=90°$，$\therefore$ $\angle PAM+\angle PBA=90°$，

$\therefore$ $\angle APB=90°$，$\therefore$ $AP\perp BN$.

$\because$ $\angle ABP=\angle NBA$，$\angle APB=\angle NAB=90°$，

$\therefore$ $\triangle BAP\backsim\triangle BNA$，$\therefore$ $\frac{PA}{AN}=\frac{PB}{AB}$，

即$\frac{PA}{PB}=\frac{AN}{AB}$，$\therefore$ $\frac{AM}{BC}=\frac{AN}{AB}$.

又$\because$ $AB=BC$，$\therefore$ $AM=AN$.

（2）解：$AP\perp BN$ 和 $AM=AN$ 仍然成立.

提示：证明同（1）.

专题十五 [易错]《图形的相似》中的常见错误

1. C 2. 32 (2)$\frac{2}{3}$ cm 或$\frac{3}{2}$ cm 或 6 cm 3. 1 或 -2

4. $(2\sqrt{5}-2)$cm 或$(6-2\sqrt{5})$cm 5. $\frac{12}{5}$或$\frac{5}{3}$

6. 55°或 125° 7. $\frac{9}{10}$ 8. $\frac{25}{6}$或$\frac{50}{13}$ 9. $\frac{12}{5}$ 10. ②④

11. 解:如答案图,过点 E 作 $EG//BC$ 交 AB 于点 G,交 CF 的延长线于点 H.

$\because CE=3AE$,$\therefore \frac{EG}{BC}=\frac{AE}{AC}=\frac{AG}{AB}=\frac{1}{4}$.

设 $EG=m$,则 $BC=4m$.

设 $BF=a$,则 $AF=2BF=2a$,

$\therefore AB=AF+BF=3a$,

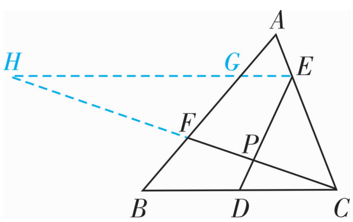
$\therefore AG=\frac{3}{4}a$,$\therefore FG=AF-AG=\frac{5}{4}a$.

又$\because HG//BC$,$\therefore \frac{HG}{BC}=\frac{FG}{BF}$,即$\frac{HG}{4m}=\frac{\frac{5}{4}a}{a}$,

$\therefore HG=5m$,$\therefore EH=HG+EG=6m$.

$\because D$ 为 BC 的中点,$\therefore CD=\frac{1}{2}BC=2m$.

$\because EH//CD$,$\therefore \frac{EP}{DP}=\frac{EH}{CD}=\frac{6m}{2m}=3$.



(答案图)

12. ①②③

13. 解:如答案图,根据题意,设小明由点 F 到点 B 时的影子是从点 N 到点 C.

由题意,得$\frac{EF}{PQ}=\frac{FN}{QN}$,$\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QC}$.

$\because AB=EF$,$\therefore \frac{FN}{QN}=\frac{BC}{QC}=\frac{AB}{PQ}=\frac{1}{3}$.

设 $FN=k$,$BC=b$,则 $QN=3k$,$QC=3b$,

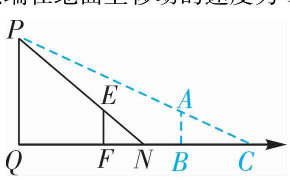
$\therefore FB=2(b-k)$,$NC=3(b-k)$.

设影子的速度为 y m/s. 由题意,得

$\frac{3(b-k)}{y}=\frac{2(b-k)}{0.8}$,解得 $y=1.2$.

经检验,$y=1.2$ 是原方程的解,且符合题意.

答:他影子的顶端在地面上移动的速度为 1.2 m/s.



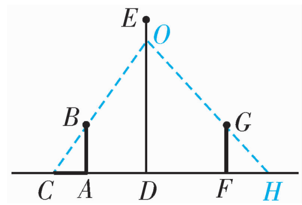
(答案图)

第五章 投影与视图

1 投 影

第 1 课时:1. C 2. B 3. D 4. $\frac{3}{4}$ 5. 短 6. 50

7. 解:(1)如答案图,点 O 为灯泡所在的位置,线段 FH 为小亮在灯光下形成的影子.



(答案图)

(2)由已知,可得$\frac{AB}{OD}=\frac{CA}{CD}$,即$\frac{1.6}{OD}=\frac{1.4}{1.4+2.1}$,

解得 $OD=4$ m.

答:灯泡的高为 4 m.

8. D 9. 3 10. (3.6,0)

11. 解:(1)线段 CP 为王琳站在点 P 处在路灯 B 下的影子.

(2)由题意,得 Rt△CEP∽Rt△CBD,

$\therefore \frac{EP}{BD}=\frac{CP}{CD}$.

$\therefore \frac{1.8}{9}=\frac{2}{2+6.5+QD}$.

解得 $QD=1.5$.

$\therefore$ 王琳站在点 Q 处在路灯 A 下的影长为1.5 m.

(3)由题意,得 Rt△DFQ∽Rt△DAC,

$\therefore \frac{FQ}{AC}=\frac{QD}{CD}$.

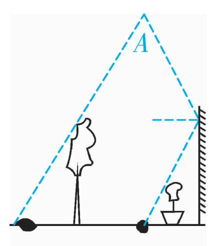
$\therefore \frac{1.8}{AC}=\frac{1.5}{1.5+6.5+2}$.

解得 $AC=12$.

答:路灯 A 的高度为 12 m.

12. 100

13. 解:如答案图所示,过树的顶端及其影子的顶端作一条直线,再过花的顶端及其影子的顶端作一条直线,与幕墙相交,根据平面镜反射原理作出入射光线,与第一条直线交于一点 A,则点 A 就是路灯光源的位置.



(答案图)

第 2 课时:1. A 2. C 3. B 4. 西 5. 4.5 6. 4

7. 解:如答案图,过点 D 作 $DN\perp AB$,垂足为点 N,交 EF 于

点 M，则四边形 $CDME$，$ACDN$ 是矩形，

$\therefore AN=ME=CD=1.2\ \text{m}, DN=AC=30\ \text{m}$，

$DM=CE=0.6\ \text{m}$，

$\therefore MF=EF-ME=1.6-1.2=0.4(\text{m})$.

依题意，知 $EF\parallel AB$，

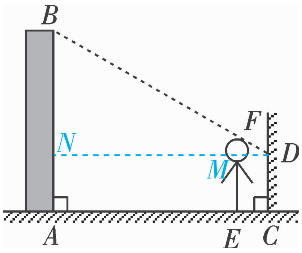
$\therefore \triangle DFM\backsim\triangle DBN$，

$\therefore \frac{DM}{DN}=\frac{MF}{NB}$，即$\frac{0.6}{30}=\frac{0.4}{NB}$，

解得 $NB=20$.

$\therefore AB=AN+NB=1.2+20=21.2(\text{m})$.

答：楼高为 21.2 m.



（答案图）

8. A　9. $(16-6\sqrt{2})$　10. 11.8

11. 解：由于阳光是平行光线，即 $AE\parallel BD$，

$\therefore \angle AEC=\angle BDC$.

又$\because \angle C$ 是公共角，

$\therefore \triangle AEC\backsim\triangle BDC$，

则有 $\frac{AC}{BC}=\frac{EC}{DC}$.

又$\because AC=AB+BC, DC=EC-ED, EC=3.9\ \text{m}$，

$ED=2.1\ \text{m}, BC=1.2\ \text{m}$，

$\therefore \frac{AB+1.2}{1.2}=\frac{3.9}{3.9-2.1}$，解得 $AB=1.4$.

$\therefore$ 窗口的高度为 1.4 m.

12. A

13. 解：如答案图，延长 OD 至点 C，

$\because DO\perp BF, \therefore \angle DOE=90°$.

$\because OD=0.8\ \text{m}, OE=0.8\ \text{m}, \therefore \angle DEB=45°$.

$\because AB\perp BF, \therefore \angle BAE=45°. \therefore AB=BE$.

设 $AB=EB=x$ m，

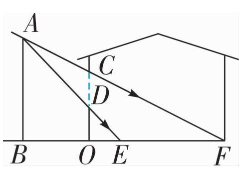
易得$\triangle ABF\backsim\triangle COF$.

$\therefore \frac{AB}{BF}=\frac{CO}{OF}$，即$\frac{x}{x+(3-0.8)}=\frac{1.2+0.8}{3}$.

解得 $x=4.4$.

经检验，$x=4.4$ 是原方程的解.

答：围墙 AB 的高度是 4.4 m.

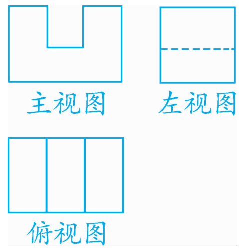


（答案图）

2　视　图

1. A　2. A　3. C　4. 三棱柱　5. 6　6. 15

7. 解：如答案图所示.



（答案图）

8. D　9. B　10. 6

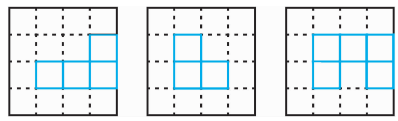
11. (1)主　俯

(2)解：这个组合几何体的表面积为

$2\times(8\times5+8\times2+5\times2)+4\times\pi\times6=207.36(\text{cm}^2)$.

12. C

13. 解：(1)答案如图所示.



（答案图）

(2)该几何体的表面积为

$2\times2\times6\times6-10\times2\times2=104(\text{cm}^2)$.

(3)2

《投影与视图》章末考点复习与小结

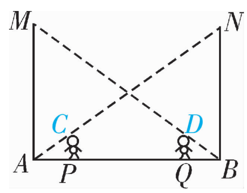
【考点突破】1. B　2. $\frac{14}{3}$　3. $3\sqrt{6}$

4. 解：如图，由题意，知

$PQ=6\ \text{m}, AM=BN=9.6\ \text{m}$，

$CP=DQ=1.6\ \text{m}$，

$AP=QB=\frac{1}{2}(AB-PQ)$.



（第 4 题）

$\because \angle CAP=\angle NAB$，

$\angle APC=\angle ABN=90°$，

$\therefore \triangle APC\backsim\triangle ABN. \therefore \frac{AP}{AB}=\frac{CP}{BN}$，

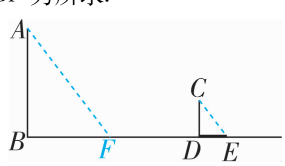
即$\frac{\frac{1}{2}(AB-6)}{AB}=\frac{1.6}{9.6}$.

解得 $AB=9$ m.

答：舞台 AB 的宽是 9 m.

5. A　6. B　7. $(\sqrt{3}+6)$

8. 解：(1)如答案图，连接 CE，过点 A 作 $AF\parallel CE$ 交 BD 于点 F，则 BF 为所求.



（答案图）

(2)$\because AF/\!/CE$,$\therefore \angle AFB=\angle CED$.

$\because \angle ABF=\angle CDE=90°$,$\therefore \triangle ABF\backsim\triangle CDE$,

$\therefore \frac{AB}{CD}=\frac{BF}{DE}$,即$\frac{AB}{2}=\frac{1.6}{0.4}$,

$\therefore AB=8$ m.

答:旗杆 AB 的高为 8 m.

9. 解:连接 AB. $\because AC$ 平行于地面,$\therefore \angle ACB=60°$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中,

$\because AB=1.8$ m,$\angle CAB=90°$,

$\angle ABC=90°-\angle ACB=30°$,

$\therefore BC=2AC$.

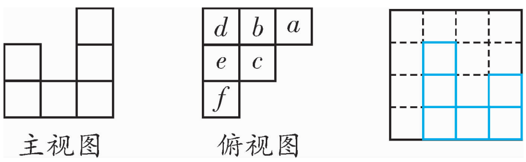
由勾股定理,得 $AC^2+AB^2=(2AC)^2$,

由于 $AC>0$,$\therefore AC=\frac{\sqrt{3}}{3}AB=\frac{\sqrt{3}}{3}\times1.8=\frac{3}{5}\sqrt{3}$(m).

答:挡光板 AC 的宽度应为$\frac{3}{5}\sqrt{3}$ m.

10. A　11. B　12. C　13. B

14. (1)3　1　1　(2)9　11　(3)答案如图所示.

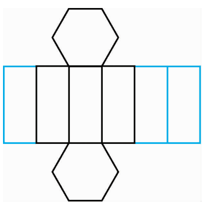


(答案图)

15. 24π

16. (1)正六棱柱

(2)补全表面展开图如答案图所示.(答案不唯一)


(答案图)

(3)由图 1 中的数据可知,

六棱柱的高为 12 cm,底面边长为 5 cm,

$\therefore$ 六棱柱的侧面积为 $6\times5\times12=360(\text{cm}^2)$.

底面面积为 $2\times6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times5^2=75\sqrt{3}(\text{cm}^2)$,

即这个密封纸盒的表面积为$(75\sqrt{3}+360)\text{cm}^2$.

专题十六　[易错]《投影与视图》中的常见错误

1. A　2. D　3. $4\sqrt{3}$　4. C　5. B　6. C　7. 4　8. 16　9. D

第六章　反比例函数

1　反比例函数

1. D　2. B3. A　4. 3　5. (1)0　(2)±2.　6. $\sqrt{2}$

7. 解:(1)当函数 $y=(5m-3)x^{2-n}+(m+n)$是一次函数时,$2-n=1$ 且 $5m-3\neq0$,

解得 $n=1$ 且 $m\neq\frac{3}{5}$.

(2)当函数 $y=(5m-3)x^{2-n}+(m+n)$是正比例函数时,

$\begin{cases}2-n=1,\\ m+n=0,\\ 5m-3\neq0,\end{cases}$ 解得 $n=1,m=-1$.

(3)当函数 $y=(5m-3)x^{2-n}+(m+n)$是反比例函数时,

$\begin{cases}2-n=-1,\\ m+n=0,\\ 5m-3\neq0,\end{cases}$ 解得 $n=3,m=-3$.

8. D　9. (1)$w=\frac{326}{x}$　是　(2)4　10. 0　2 或 −1

11. 解:(1)设 y 关于 x 的函数表达式为 $y=\frac{k}{x-1}$,

把 $x=1.3$,$y=10$ 代入,得 $10=\frac{k}{1.3-1}$,

故 $k=0.3\times10=3$,

$\therefore y$ 关于 x 的函数表达式为 $y=\frac{3}{x-1}$.

(2)当 $x=2$ 时,$y=3$.

12. A

13. 解:设 $y_1=\frac{k_1}{x}$,$y_2=k_2x$,$\therefore y=\frac{k_1}{x}-k_2x$.

由题意,得$\begin{cases}\frac{k_1}{-\frac{3}{2}}-\left(-\frac{3}{2}k_2\right)=1,\\ k_1-k_2=1.\end{cases}$

整理,得$\begin{cases}4k_1-9k_2=-6,\\ k_1-k_2=1.\end{cases}$解得$\begin{cases}k_1=3,\\ k_2=2.\end{cases}$

$\therefore y=\frac{3}{x}-2x$.

2　反比例函数的图象与性质

第 1 课时:1. B　2. A　3. D　4. D　5. 一、三　6. −2

7. 解:(1)$\because$ 点 B 的坐标为$(-6,0)$,

$AD=3$,$AB=8$,E 为 CD 的中点,

$\therefore$ 点 $A(-6,8)$,$E(-3,4)$.

$\because$ 反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq0)$的图象经过点 E,

$\therefore m=-3\times4=-12$.

(2)如图,连接 AE.

由题意可知,$AD=3$,$DE=4$,$\angle D=90°$,

$\therefore AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=5$.

$\because AF-AE=2$,

$\therefore AF=5+2=7$,$BF=8-7=1$.

设点 E 的坐标为$(a,4)$,则点 F 的坐标为$(a-3,1)$.

$\because E$,F 两点在函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq0)$的图象上,

$\therefore 4a=a-3$,解得 $a=-1$.

$\therefore E(-1,4)$. $\therefore m=-1\times4=-4$.

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=-\frac{4}{x}$.

8. D　9. $y=\frac{6}{x}$　10. $k_1>k_2>k_3$

11. 解：(1) ∵ $OC=2OD$，∴ $S_{\triangle AOC}=2S_{\triangle AOD}$.

又∵ $S_{\triangle ACD}=6$，∴ $S_{\triangle AOC}=4$，

∴ $\frac{1}{2}OC\cdot AC=4$，即 $\frac{1}{2}\times 2m=4$，解得 $m=4$，

∴ $k=-2\times 4=-8$，

∴ 反比例函数的解析式为 $y=-\frac{8}{x}$.

(2) ∵ 点 $A(-2,m)$，$B(n,2)$ 在 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象上，

∴ $A(-2,4)$，$B(-4,2)$.

设直线 AB 的解析式为 $y=ax+b$，则有

$\begin{cases}-2a+b=4,\\-4a+b=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=6,\end{cases}$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y=x+6$.

∵ $AC//y$ 轴交 x 轴于点 C，∴ $C(-2,0)$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot|x_C-x_B|=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$.

设直线 AB 上在第一象限的点 P 的坐标为 $(c,c+6)$，

∴ $S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}AC\cdot|x_P-x_C|=\frac{1}{2}\times 4(c+2)=4\times 2$，

∴ $c=2$，∴ 点 P 的坐标为 $(2,8)$.

12. 2

13. 解：(1) 对于 $y=2x$，当 $x=2$ 时，有 $a=2\times 2=4$，

∴ $A(2,4)$.

把 $A(2,4)$ 代入 $y=-x+m$，得 $4=-2+m$，

∴ $m=6$.

把 $B(b,0)$ 代入 $y=-x+6$，得 $0=-b+6$，

∴ $b=6$.

(2) 如答案图.

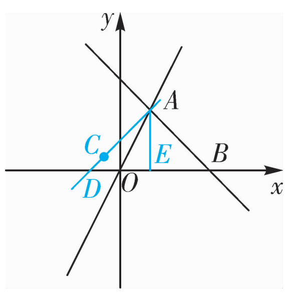
设直线 AC 的解析式为 $y=px+q(p\neq 0)$.

把 $A(2,4)$ 代入，得 $4=2p+q$，∴ $q=4-2p$，

∴ 直线 AC 的解析式为 $y=px+4-2p(p\neq 0)$.

在 $y=px+4-2p$ 中，令 $y=0$，得 $x=\frac{2p-4}{p}$，

∴ $D\left(\frac{2p-4}{p},0\right)$，∴ $E\left(\frac{4-2p}{p},0\right)$.



(答案图)

∵ $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABE$ 相似，

∴ 点 E 只能在点 B 左侧，

∴ $\angle ABE=\angle DBA$，

即 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABE$ 相似，只需 $\frac{BE}{AB}=\frac{AB}{BD}$ 即可，

∴ $BE\cdot BD=AB^2$.

又∵ $A(2,4)$，$B(6,0)$，

∴ $BE=6-\frac{4-2p}{p}=\frac{8p-4}{p}$，$BD=6-\frac{2p-4}{p}=\frac{4p+4}{p}$，

$AB^2=32$，

∴ $\frac{8p-4}{p}\times\frac{4p+4}{p}=32$，解得 $p=1$.

经检验，$p=1$ 是原方程的解，且符合题意，

∴ 直线 AC 的解析式为 $y=x+2$.

∵ 有且只有一点 C，使得 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABE$ 相似，

∴ 直线 AC 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 的图象只有一个交点，

∴ $x+2=\frac{k}{x}$ 只有一个解，即 $x^2+2x-k=0$ 有两个相等实数根，

∴ $\Delta=2^2+4k=0$，解得 $k=-1$，

∴ k 的值为 -1.

第 2 课时： 1. C　2. D　3. D　4. $k>1$　5. 2　6. 12

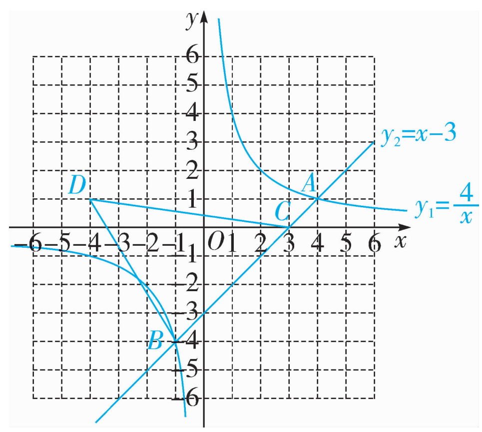
7. 解：(1) 由题意，得 $k=4\times 1=-1\times m$. ∴ $k=4$，$m=-4$.

∴ 反比例函数的表达式为 $y_1=\frac{4}{x}$，

点 B 的坐标为 $(-1,-4)$.

∴ 一次函数的表达式为 $y_2=x-3$.

图象如图所示.



(答案图)

(2) 当 $y_1\leqslant y_2$ 时，x 的取值范围为 $-1\leqslant x<0$ 或 $x\geqslant 4$.

(3) ∵ $A(4,1)$，∴ $D(-4,1)$. ∴ $AD=8$.

∴ $S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABD}-S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times 8\times(1+4)-\frac{1}{2}\times 8\times 1=16$.

8. C　9. -2.　10. 3

11. 解：(1) ∵ $\triangle OAB$ 为等边三角形，

∴ $AB=BO=AO=4$，

$\angle ABO=\angle BOA=\angle OAB=60^\circ$.

∵ 点 C 是 AB 的中点，

∴ $BC=AC=2$.

如图，过点 C 作 $CM\perp OB$ 于点 M.

在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中，$\angle BCM=30^\circ$，$BC=2$，

$\therefore BM=1, CM=\sqrt{3}, \therefore OM=3$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-3,\sqrt{3})$.

把 $C(-3,\sqrt{3})$ 代入 $y=\dfrac{k}{x}$,得 $k=-3\sqrt{3}$.

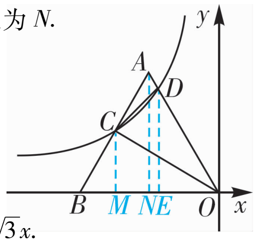
(2)如图,过点 A 作 $AN\perp OB$,垂足为 N.

$\therefore AN=2CM=2\sqrt{3}$,

$ON=\dfrac{1}{2}OB=2$,

$\therefore A(-2,2\sqrt{3})$.

$\therefore$ 直线 OA 的表达式为 $y=-\sqrt{3}x$.



(答案图)

联立 $\begin{cases} y=-\sqrt{3}x, \\ y=\dfrac{-3\sqrt{3}}{x}, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=\sqrt{3}, \\ y=-3 \end{cases}$(舍去)或 $\begin{cases} x=-\sqrt{3}, \\ y=3, \end{cases}$

$\therefore D(-\sqrt{3},3)$.

过点 D 作 $DE\perp OB$,垂足为 E,

$\therefore S_{\triangle OCD}=S_{梯形CMED}+S_{\triangle DOE}-S_{\triangle COM}=S_{梯形CMED}$

$=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{3}+3)\times(3-\sqrt{3})=3$.

12. 2.

13. 解:(1)$\because OA=OB=\dfrac{1}{5}OC=2$,

$\therefore$ 点 $A(-2,0)$,$B(0,2)$,$OC=10$.

$\therefore$ 点 $C(0,10)$.

$\therefore$ 设直线 AC 的表达式为 $y=mx+10$.

代入 $A(-2,0)$,得 $-2m+10=0$,解得 $m=5$.

$\therefore$ 直线 AC 的表达式为 $y=5x+10$. ①

$\because$ 点 $D(3,5)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore k=3\times5=15$.

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\dfrac{15}{x}$. ②

联立①②,解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=15 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-3, \\ y=-5. \end{cases}$

$\because$ 点 E 在第一象限内,$\therefore E(1,15)$.

(2)如答案图 1,过点 G 作 $GH\perp x$ 轴于点 H,

由(1),知 $A(-2,0)$,$B(0,2)$,

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为 $y=x+2$.

$\because OA=OB, \therefore \angle OAB=45°$.

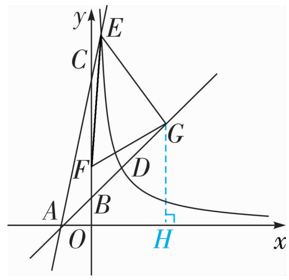
$\therefore GH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AG. \therefore EG+\dfrac{\sqrt{2}}{2}AG=EG+GH$.

$\therefore$ 当点 G 在 EH 上,且 $EH\perp x$ 轴,

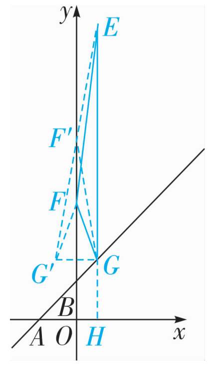
即 $G(1,3)$ 时,$EG+\dfrac{\sqrt{2}}{2}AG$ 最小.

如答案图 2,作点 $G(1,3)$ 关于 y 轴的对称点 $G'(-1,3)$,连接 FG',则 $FG'=FG$. 连接 EG' 交 y 轴于点 F',此时,$\triangle EFG$ 的周长最小,其值为 $EG+F'G+EF'=EG+EG'=(15-3)+\sqrt{(1+1)^2+(15-3)^2}=12+2\sqrt{37}$,

即 $\triangle EFG$ 周长的最小值为 $12+2\sqrt{37}$.



(答案图 1)



(答案图 2)

3 反比例函数的应用

1. B 2. D 3. D 4. C 5. $S=\dfrac{6}{h}$ 6. 400

7. 解:(1)设反比例函数的关系式为 $y=\dfrac{k}{x}(20\leqslant x\leqslant45)$,

将 $C(20,45)$ 代入解析式,得 $k=900$,

$\therefore$ 反比例函数的关系式为 $y=\dfrac{900}{x}(20\leqslant x\leqslant45)$,

当 $x=45$ 时,$y=\dfrac{900}{45}=20$,

$\therefore$ 点 A 对应的指标值为 20.

(2)当 $0\leqslant x<10$ 时,易得直线 AB 的解析式为 $y=\dfrac{5}{2}x+20$.

当 $y\geqslant36$ 时,$\dfrac{5}{2}x+20\geqslant36$,解得 $x\geqslant\dfrac{32}{5}$,

$\dfrac{900}{x}\geqslant36$,解得 $x\leqslant25$,

$\therefore$ 当 $\dfrac{32}{5}\leqslant x\leqslant25$ 时,注意力指标都不低于 36.

$\because 25-\dfrac{32}{5}=\dfrac{93}{5}>17$,

$\therefore$ 张老师能经过适当的安排,使学生在听这道题的讲解时,注意力指标都不低于 36.

8. C 9. $8-\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ 10. 3 $\left(2+\sqrt{10},\dfrac{\sqrt{10}}{2}-1\right)$

11. 解:(1)将 $A(4,0)$,$B(0,2)$ 代入 $y=kx+b$,

得 $\begin{cases} 4k+b=0, \\ b=2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-\dfrac{1}{2}, \\ b=2, \end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$.

将 $C(6,a)$ 代入,得 $a=-\dfrac{1}{2}\times6+2=-1$,

$\therefore C(6,-1)$.

将 $C(6,-1)$ 代入 $y=\dfrac{m}{x}$,得 $m=-6$,

∴ 反比例函数的表达式为 $y=-\frac{6}{x}$.

(2) 联立 $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+2, \\ y=-\frac{6}{x}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1=-2, \\ y_1=3, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=-1, \end{cases}$

∴ 由图象可知,当 $x<-2$ 或 $0<x<6$ 时,$kx+b>\frac{m}{x}$.

(3) 如答案图,过点 A 作 $AE\perp BC$ 交 y 轴于点 E,

∴ $\angle BAO+\angle EAO=90°$.

又∵ $\angle EAO+\angle AEO=90°$,∴ $\angle BAO=\angle AEO$.

又∵ $\angle AOB=\angle EOA=90°$,

∴ $\triangle AOB\backsim\triangle EOA$,∴ $\frac{OB}{OA}=\frac{OA}{OE}$.

易知 $OB=2$,$OA=4$,∴ $\frac{2}{4}=\frac{4}{OE}$,

∴ $OE=8$,∴ $E(0,-8)$.

设直线 AE 的表达式为 $y=px+q$,

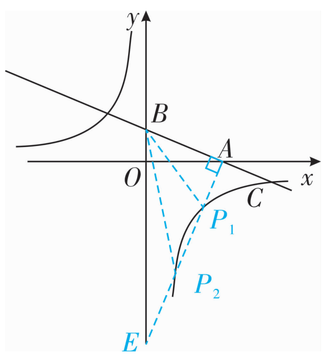
将 $A(4,0)$,$E(0,-8)$ 代入,

得 $\begin{cases} 4p+q=0, \\ q=-8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} p=2, \\ q=-8, \end{cases}$

∴ 直线 AE 的表达式为 $y=2x-8$.

联立 $\begin{cases} y=2x-8, \\ y=-\frac{6}{x}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=-6, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=3, \\ y_2=-2. \end{cases}$

综上所述,存在点 P,使 $\triangle ABP$ 是以点 A 为直角顶点的直角三角形,点 P 的坐标为 $(1,-6)$ 或 $(3,-2)$.



(答案图)

12. ①②③④

13. 解:(1) 如答案图 1,过点 C 作 $CE\perp x$ 轴于点 E,

∴ $\angle CEO=90°$.

∵ $\angle COA=45°$,$OC=2\sqrt{2}$,

∴ $\angle OCE=\angle COA=45°$,

∴ $OE=CE=2$,∴ $C(2,2)$.

将 $C(2,2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 中,得 $k=2\times2=4$,

∴ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}(x>0)$.

(2) ∵ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

∴ $BC=OA=4$,$BC /\!/ OA$,$AB /\!/ OC$.

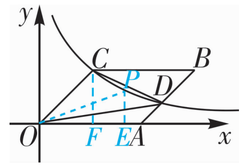
∴ $A(4,0)$,$B(6,2)$.

∴ 直线 AB 的解析式为 $y=x-4$. 联立 $\begin{cases} y=\frac{4}{x}, \\ y=x-4, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=2\sqrt{2}+2, \\ y=2\sqrt{2}-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2-2\sqrt{2}, \\ y=-2-2\sqrt{2}. \end{cases}$ (舍去)

∴ 点 D 的坐标为 $(2\sqrt{2}+2,2\sqrt{2}-2)$.

(3) 存在.



(答案图 2)

设 $P\left(a,\frac{4}{a}\right)$.

∵ $S_{\triangle COD}=\frac{1}{2}S_{\square OABC}=\frac{1}{2}\times4\times2=4$,

∴ $S_{\triangle POC}=\frac{1}{2}S_{\triangle COD}=2$.

如答案图 2,过点 P 作 $PE\perp x$ 轴,过点 C 作 $CF\perp x$ 轴,连接 OP,易得 $S_{\triangle POC}=S_{梯形PEFC}=\frac{1}{2}EF\cdot(PE+CF)=2$,

即 $\frac{1}{2}|a-2|\cdot\left(\frac{4}{a}+2\right)=2$,

解得 $a_1=\sqrt{5}+1$,$a_2=1-\sqrt{5}$(舍去),

$a_3=-1+\sqrt{5}$,$a_4=-1-\sqrt{5}$(舍去).

∴ $P_1(\sqrt{5}+1,\sqrt{5}-1)$,$P_2(\sqrt{5}-1,\sqrt{5}+1)$.

综上,点 P 的坐标为 $(\sqrt{5}+1,\sqrt{5}-1)$ 或 $(\sqrt{5}-1,\sqrt{5}+1)$.

专题十七 [提升]反比例函数 k 相关的几何问题

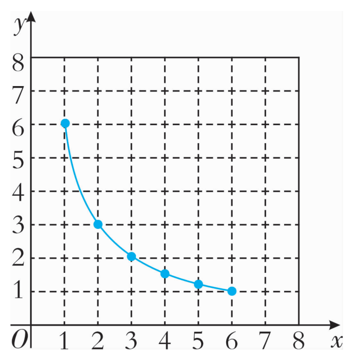
1. B 2. 5 3. $\frac{25}{16}$ 4. $\frac{3}{2}$ 5. C 6. -4 7. $\frac{8}{3}$ 8. -8

9. -4 10. B 11. 6 12. $-3\sqrt{3}$ 13. 4

专题十八 [提升]动态几何与反比例函数

1. (1) $y=\frac{6}{x}(1\leqslant x\leqslant6)$

(2) $\frac{3}{2}$ 函数图象如答案图所示.

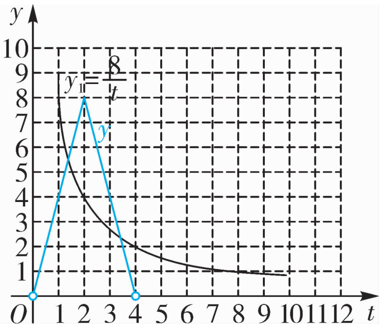


(答案图)

(3) 6 3

2. (1) $y=\begin{cases} 4t(0<t\leqslant2), \\ -4t+16(2<t<4). \end{cases}$

画出 y 的函数图象如答案图所示.



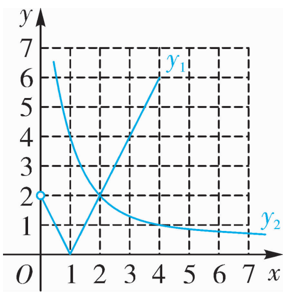
（答案图）

（2）函数 y 的图象是轴对称图形，对称轴为直线 $t=2$.（答案不唯一）

（3）$0<t\leqslant 1.4$ 或 $3.4\leqslant t<4$

3. 解：（1）$y_1=\begin{cases}-2x+2(0<x\leqslant 1),\\ 2x-2(1<x\leqslant 4).\end{cases}$

（2）函数图象如答案图所示.



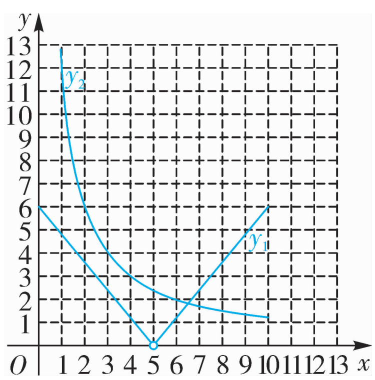
（答案图）

性质：当 $0<x<1$ 时，y_1 随 x 的增大而减小；当 $1<x<4$ 时，y_1 随 x 的增大而增大.（答案不唯一）

（3）$0<x\leqslant 2$.

4. 解：（1）$y_1=\begin{cases}-\frac{6}{5}x+6(0\leqslant x<5),\\ \frac{6}{5}x-6(5<x\leqslant 10).\end{cases}$ $y_2=\frac{12}{x}(0<x\leqslant 10)$.

（2）函数图象如答案图所示.



（答案图）

性质：当 $0<x<5$ 时，y_1 随 x 的增大而减小；当 $5<x<10$ 时，y_1 随 x 的增大而增大.（答案不唯一）

（3）当 $6.5<x<10$ 时，$y_1>y_2$.

《反比例函数》章末考点复习与小结

【知识网络】$y=\frac{k}{x}$ $y=kx^{-1}$ $xy=k$ 一、三 二、四 减小 增大 直线 $y=\pm x$ 原点 $|k|$ 【考点突破】1. C

2. -2 3. C 4. C 5. D 6. $y_2>y_1>y_3$ 7. 一、二、四

8. $\frac{3}{2}$ 9. $9\sqrt{3}$ 10. $2\sqrt{5}-2$

11. 解：（1）库存原料为 $2\times 60=120$（吨），

根据题意，可知 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\frac{120}{x}$.

由于生产能力提高，每小时消耗的原料大于原计划消耗的原料，∴ 自变量的取值范围是 $x>2$.

（2）根据题意，得 $y\geqslant 24$，即 $\frac{120}{x}\geqslant 24$. 解得 $x\leqslant 5$.

∴ 每小时消耗的原料应控制在 $2<x\leqslant 5$ 的范围内.

12. 解：（1）由题意，知 $10(4n-2)=30n$，解得 $n=2$.

设 $y=\frac{m}{x}$.

易知反比例函数图象过点（10，6），

∴ $m=10\times 6=60$.

∴ 当 $10\leqslant x\leqslant 30$ 时，y 与 x 之间的关系式为 $y=\frac{60}{x}$.

（2）由（1）知，当 $x=30$ 时，$y=2$，且当温度达到 30 ℃时，温度每上升 1 ℃，电阻增加 $\frac{1}{5}$ kΩ，

故当 $x>30$ 时，y 与 x 之间的关系式为

$y=\frac{1}{5}(x-30)+2=\frac{1}{5}x-4$.

对于 $y=\frac{60}{x}$，当 $y=5$ 时，$x=12$；

对于 $y=\frac{1}{5}x-4$，当 $y=5$ 时，$x=45$.

∴ 当温度 x 在 $12\leqslant x\leqslant 45$ 的范围内时，电阻不超过 5 kΩ.

13. B 14. C

15. 解：（1）易得 $A(3,4)$，$B(-2,-6)$.

把 $A(3,4)$，$B(-2,-6)$ 代入 $y=kx+m(k\neq 0)$ 中，

得 $\begin{cases}3k+m=4,\\ -2k+m=-6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=2,\\ m=-2,\end{cases}$

∴ 直线 l_1 的解析式为 $y=2x-2$.

（2）在 $y=2x-2$ 中，当 $y=2x-2=0$ 时，$x=1$，

∴ $C(1,0)$，∴ 点 M 的横坐标为 1，$MN=1$.

如答案图 1，过点 B 作 $BH\parallel MN$，且 $BH=MN$，连接 AH，MH.

∴ 四边形 $BHMN$ 是平行四边形，

∴ $BN=MH$，$H(-1,-6)$，

∴ $AM+MN+BN=AM+MH+1$，

∴ 当 A，M，H 三点共线时，$AM+MH$ 有最小值，即此时 $AM+MN+BN$ 有最小值，最小值为 $AH+1$.

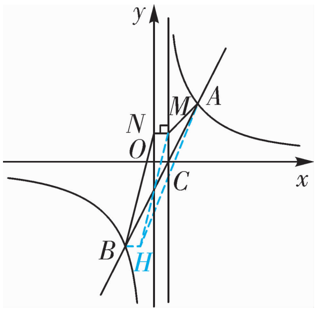
∵ $A(3,4)$，$H(-1,-6)$，

∴ $AH=\sqrt{(-1-3)^2+(-6-4)^2}=2\sqrt{29}$，

$\therefore AM+MN+BN$ 的最小值为 $2\sqrt{29}+1$.

直线 AH 的解析式为 $y=\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}$.

在 $y=\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}$ 中,当 $x=1$ 时,$y=-1$,$\therefore M(1,-1)$.



(答案图 1)

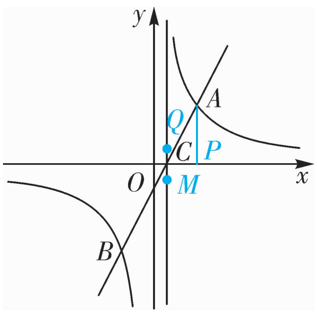
(3)由(2)知,$M(1,-1)$,$\therefore Q(1,1)$.

$\because C(1,0)$,$\therefore CQ/\!/y$ 轴.

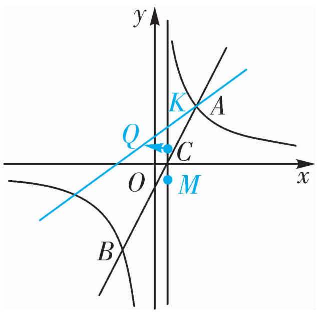
如答案图 2,当点 P 在直线 l_1 右侧时,

$\because \angle PAC=\angle QCA$,$\therefore CQ/\!/AP$,$\therefore AP/\!/y$ 轴.

$\because A(3,4)$,$\therefore$ 点 P 的坐标为$(3,0)$;



(答案图 2)



(答案图 3)

如答案图 3,当点 P 在直线 l_1 左侧时,在直线 CQ 上且在点 Q 上方找一点 K,使得 $AK=CK$,则 $\angle KAC=\angle KCA$,即 $\angle KAC=\angle QCA$.

设 $K(1,t)$,

则 $(1-3)^2+(t-4)^2=t^2$,解得 $t=\frac{5}{2}$,$\therefore K\left(1,\frac{5}{2}\right)$.

易得直线 AK 的解析式为 $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}$.

在 $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}$ 中,当 $y=0$ 时,$x=-\frac{7}{3}$;

当 $x=0$ 时,$y=\frac{7}{4}$,

$\therefore$ 直线 $y=\frac{3}{4}x+\frac{7}{4}$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 $\left(-\frac{7}{3},0\right)$,$\left(0,\frac{7}{4}\right)$.

$\because \angle PAC=\angle QCA$,$\therefore \angle PAC=\angle KAC$,且点 P 在坐标轴上,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(-\frac{7}{3},0\right)$或$\left(0,\frac{7}{4}\right)$.

综上所述,点 P 的坐标为$(3,0)$或$\left(-\frac{7}{3},0\right)$或$\left(0,\frac{7}{4}\right)$.

专题十九 [易错]《反比例函数》中的常见错误

1. -1 2. 1 3. 2 4. B 5. D 6. -6 7. $y=\frac{3}{x}$ 8. B

9. ①②④

10. 解:(1) -4;$-\frac{1}{2}$.

(2)$\because A(-4,2)$,

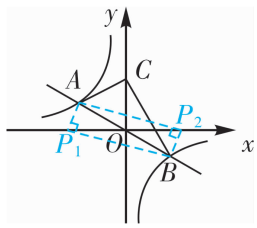
$\therefore$ 根据双曲线与正比例函数图象的对称性,得 $B(4,-2)$,

$\therefore AB=\sqrt{(4+4)^2+(-2-2)^2}=4\sqrt{5}$.

$\because \angle ACB=90°$,$OA=OB$,

$\therefore OC=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{5}$,$\therefore C(0,2\sqrt{5})$.

(3)如答案图,$m<-2\sqrt{5}$ 或 $m>2\sqrt{5}$.



(答案图)

11. 解:(1)把 $A(-4,0)$代入 $y=ax+2$ 中,得

$-4a+2=0$,解得 $a=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+2$,

把 $y=4$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+2$ 中,得 $\frac{1}{2}x+2=4$,

解得 $x=4$,$\therefore$ 点 P 的坐标为$(4,4)$.

把 $P(4,4)$代入 $y=\frac{k}{x}$ 中,得 $k=16$,

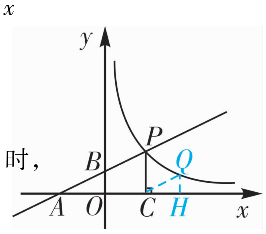
$\therefore$ 双曲线的解析式为 $y=\frac{16}{x}$.

(2)易得 $OA=4$,$OB=2$,$OC=4$.

设 $Q\left(m,\frac{16}{m}\right)$.

如答案图,当 $\triangle AOB\backsim\triangle CHQ$ 时,

则 $\frac{AO}{CH}=\frac{OB}{HQ}$,即 $\frac{4}{m-4}=\frac{2}{\frac{16}{m}}$,



(答案图)

解得 $m=8$ 或 $m=-4$(舍去),

$\therefore Q(8,2)$;

当 $\triangle AOB\backsim\triangle QHC$ 时,

则 $\frac{AO}{QH}=\frac{OB}{HC}$,即 $\frac{4}{\frac{16}{m}}=\frac{2}{m-4}$,

解得 $m=2+2\sqrt{3}$ 或 $m=2-2\sqrt{3}$(舍去),

$\therefore Q(2+2\sqrt{3},4\sqrt{3}-4)$.

综上所述,点 Q 的坐标为$(8,2)$或$(2+2\sqrt{3},4\sqrt{3}-4)$.